



**Composição Ótima da Dívida Pública  
Federal:  
Definição de uma Referência de Longo Prazo**

*Brasília  
2011*

**MINISTRO DA FAZENDA**

Guido Mantega

**SECRETÁRIO-EXECUTIVO**

Nelson Henrique Barbosa Filho

**SECRETÁRIO DO TESOIRO NACIONAL**

Arno Hugo Augustin Filho

**SUBSECRETÁRIOS DO TESOIRO NACIONAL**

Cleber Ubiratan de Oliveira

Eduardo Coutinho Guerra

Gilvan da Silva Dantas

Lísicio Fábio de Brasil Camargo

Marcus Pereira Aucélio

Paulo Fontoura Valle

**EQUIPE TÉCNICA****Subsecretário da Dívida Pública**

Paulo Fontoura Valle

**Coordenador-Geral de Operações da Dívida Pública**

Fernando Eurico de Paiva Garrido

**Coordenador-Geral de Planejamento Estratégico da Dívida Pública**

Otavio Ladeira de Medeiros

**Coordenador-Geral de Controle da Dívida Pública**

Antônio de Pádua Ferreira Passos

**Informações:**

Gerência de Relacionamento Institucional - GERIN

Tel: (61) 3412-3188; Fax: (61) 3412-1565

**Secretaria do Tesouro Nacional**

Edifício Sede do Ministério da Fazenda, Esplanada dos Ministérios, Bloco P, 2o andar

70048-900 - Brasília - DF

Correio Eletrônico: [stndivida@fazenda.gov.br](mailto:stndivida@fazenda.gov.br)

Home Page: <http://www.tesouro.fazenda.gov.br>

# Índice Geral

---

<b>SUMÁRIO EXECUTIVO</b>	<b>3</b>
<i>Unidade I: O Processo de Planejamento Estratégico da Dívida Pública Federal</i>	3
<i>Unidade II: O Arcabouço Analítico do Benchmark da Dívida Pública Federal</i>	4
<b>UNIDADE I: O PROCESSO DE PLANEJAMENTO ESTRATÉGICO DA DÍVIDA PÚBLICA FEDERAL</b>	<b>6</b>
1. <i>Estrutura Institucional da Subsecretaria da Dívida Pública</i>	7
2. <i>O Planejamento Estratégico da DPF</i>	9
3. <i>O Planejamento Anual</i>	10
4. <i>O Modelo de Composição Ótima da Dívida Pública Federal</i>	12
5. <i>Elaboração da Estratégia de Transição de Médio Prazo</i>	14
6. <i>Avaliação de Riscos: a Experiência Brasileira</i>	15
7. <i>Referências Bibliográficas</i>	21
<b>UNIDADE II: O ARCABOUÇO ANALÍTICO DO BENCHMARK DA DÍVIDA PÚBLICA FEDERAL</b>	<b>22</b>
1. <i>Literatura e experiência internacional</i>	23
2. <i>Modelo Brasileiro de Composição Ótima</i>	25
2.1. <i>Algumas questões metodológicas</i>	25
2.2. <i>O modelo de Composição Ótima</i>	26
2.3. <i>Dinâmica da economia</i>	29
2.4. <i>Dinâmica da dívida</i>	33
3. <i>Simulando o Modelo de Composição Ótima</i>	34
4. <i>Considerações Finais</i>	40
5. <i>Referências Bibliográficas</i>	42
6. <i>Anexo</i>	44
6.1. <i>Dinâmica da Economia</i>	44
6.2. <i>Consistência Macroeconômica</i>	48
6.3. <i>Preço dos Títulos</i>	49
6.4. <i>Custo de Carregamento</i>	49

### Unidade I: O Processo de Planejamento Estratégico da Dívida Pública Federal

O planejamento estratégico da Dívida Pública Federal (DPF) no Brasil envolve vários aspectos que podem ser didaticamente agrupados em três fases:

- Definição da estrutura desejada no longo prazo (*benchmark*);
- Planejamento de médio prazo (estratégia de transição); e
- Elaboração, divulgação e execução da estratégia de curto prazo (Plano Anual de Financiamento - PAF), cuja primeira publicação ocorreu em 2001.

O ponto de partida e a referência principal para todo o processo de planejamento da dívida pública é a definição clara de seus objetivos. No Brasil, o objetivo estabelecido para a gestão da Dívida Pública Federal, divulgado em todos os seus Planos Anuais de Financiamento desde 2001, consiste em “suprir de forma eficiente as necessidades de financiamento do governo federal, ao menor custo de financiamento no longo prazo, respeitando-se a manutenção de níveis prudentes de risco. Adicionalmente, busca-se contribuir para o bom funcionamento do mercado brasileiro de títulos públicos”.

Tendo por referência o objetivo supracitado, o PAF apresenta um conjunto de diretrizes que norteiam a elaboração das estratégias de financiamento da DPF. São elas:

- Aumento do prazo médio do seu estoque;
- Suavização da estrutura de vencimentos, com especial atenção para a dívida que vence no curto prazo;
- Substituição gradual dos títulos remunerados pela taxa de juros Selic por títulos com rentabilidade prefixada ou vinculada a índices de preços;
- Aperfeiçoamento do perfil da Dívida Pública Federal externa (DPFe), por meio de emissões de títulos com prazos de referência (*benchmarks*), programa de resgate antecipado e operações estruturadas;
- Desenvolvimento da estrutura a termo de taxas de juros nos mercados interno e externo e o aumento da liquidez dos títulos públicos federais no mercado secundário; e
- Ampliação da base de investidores.

A cada ano, tendo em vista o objetivo e as diretrizes do PAF, os cenários macroeconômicos, a estimativa da necessidade de financiamento do Governo Federal e as diversas estratégias de emissão dos títulos da dívida pública, o Tesouro Nacional calcula os valores esperados para os principais indicadores da DPF: estoque, composição por indexador, prazo médio e percentual vincendo em 12 meses. A partir daí, são divulgados por meio do PAF limites indicativos dos valores superior e inferior que cada um desses indicadores deve assumir ao final do ano.

Base para elaboração do PAF, o planejamento estratégico da DPF define uma “estratégia de transição” da composição atual da dívida pública para o *benchmark* de longo prazo. A estratégia de transição procura responder à seguinte questão: quais devem ser a trajetória e a velocidade de convergência para a composição de longo prazo desejada, respeitando-se as condições iniciais (isto é, o atual perfil da dívida) e as restrições de curto e médio prazos (especialmente, restrições macroeconômicas e de desenvolvimento dos mercados financeiros locais). A escolha das estratégias de transição para o longo prazo também explora os *trade-offs* entre custos e riscos da dívida pública.

Já a composição ótima de longo prazo (*benchmark*) é a primeira etapa a ser discutida e aprovada pelo Comitê da Dívida Pública, a partir da qual é elaborada a estratégia de transição e aprovado o Plano Anual de Financiamento para cada ano. No Brasil, o desenvolvimento do modelo de composição ótima da dívida pública foi uma consequência natural de um longo processo de melhoria do arcabouço institucional utilizado para avaliar os custos e riscos da DPF. Inicialmente, implantou-se o modelo de gestão ativos e passivos do governo. A seguir, surgiram os instrumentos gestão de riscos utilizados pelo Tesouro Nacional na gestão da DPF. Só então, partiu-se para o estudo de um modelo de composição ótima para a dívida pública que considerasse todas as variáveis relevantes.

## Unidade II: O Arcabouço Analítico do Benchmark da Dívida Pública Federal

Especificamente com respeito à definição de uma composição ótima (*benchmark*) de longo prazo para a dívida pública, esta representa o perfil desejado para a estrutura da dívida e constitui um guia para o delineamento de estratégias de financiamento de curto e médio prazo do governo. No caso brasileiro, o *benchmark* é expresso por um conjunto de indicadores relevantes para a dívida, sendo eles a composição do estoque por tipo de remuneração, o prazo médio e a estrutura de vencimentos, particularmente a proporção de dívida a vencer nos próximos 12 meses.

Na definição da composição ótima (*benchmark*) da dívida pública, um conjunto de modelos descreve como as variáveis macroeconômicas e financeiras relevantes para a trajetória da dívida pública (taxas de juros, taxa de câmbio, inflação e PIB) evoluem ao longo do tempo. Com base em cenários simulados, a evolução da razão dívida/PIB é avaliada para se derivar medidas de custo e risco de uma dada estrutura de dívida. Assim, após o exame de múltiplas alternativas possíveis, obtém-se a fronteira eficiente em termos de custos e riscos da dívida pública. A partir daí, escolhe-se aquela estrutura na fronteira que possui o perfil desejado para o longo prazo, de acordo com as preferências da sociedade entre custos e riscos.

Uma questão importante no modelo se refere a qual deve ser o conceito de dívida relevante para avaliação do custo e dos riscos. No caso brasileiro, consideramos que a razão entre a Dívida Líquida do Setor Público e o PIB (DLSP/PIB) é a medida mais relevante para esse propósito, pois este é o indicador mais comumente utilizado, tanto pelo Governo Federal para definir suas metas de endividamento e o superávit primário necessário para atingi-las, quanto pelos analistas para avaliar a sustentabilidade fiscal. Apesar de o instrumento de trabalho do Tesouro Nacional ser a DPF, busca-se uma comunicação clara entre esta dívida e a DLSP, que é mais ampla e também é referência de política econômica.

No caso da dívida brasileira, a proposta inicial de composição ótima foi publicada no PAF de 2007. As simulações deste modelo sugeriam que uma gestão eficiente da DPF seria aquela que levaria a um aumento da proporção de títulos prefixados e dos remunerados por índices de preços, em detrimento da dívida remunerada por taxas de juros flutuantes ou vinculada à taxa de câmbio. Mais recentemente, o refinamento dos estudos levou à definição da composição desejada, apresentada no PAF 2011 sob a forma de limites indicativos para o longo prazo, conforme tabela a seguir:

---

### Composição Ótima da DPF no Longo Prazo

---

	Inferior	Superior
Prefixados	40%	50%
Índices de Preços	30%	35%
Taxa Flutuante	10%	20%
Câmbio	5%	10%

---

Fonte: Tesouro Nacional

A prescrição de se buscar a composição descrita acima merece algumas qualificações. Primeiramente, ela deve ser vista como uma diretriz a ser alcançada gradualmente, sem promover pressões que resultem em custo de transição excessivo. Em segundo lugar, a composição da DPF não deve ser buscada de forma desarticulada com sua estrutura de vencimentos. Terceiro, o custo da mudança da composição deve ser monitorado permanentemente, pois mudanças nos preços relativos dos títulos públicos podem resultar em ajustes na carteira de referência (*benchmark*) para a DPF. Por último, embora estes limites forneçam um guia atual para a definição de estratégias, eles devem refletir também eventuais restrições relativas ao estágio de desenvolvimento dos mercados financeiros no Brasil, ao perfil da base de investidores e à perspectiva de demanda e liquidez futura para títulos públicos.

## UNIDADE I: O PROCESSO DE PLANEJAMENTO ESTRATÉGICO DA DÍVIDA PÚBLICA FEDERAL

---

O planejamento estratégico da Dívida Pública Federal - DPF no Brasil envolve vários aspectos, que podem ser didaticamente agrupados em três fases:

- Definição da estrutura desejada no longo prazo (*benchmark*);
- Planejamento de médio prazo (estratégia de transição); e
- Elaboração, divulgação e execução da estratégia de curto prazo (Plano Anual de Financiamento - PAF), cuja primeira publicação ocorreu em 2001.

Esta unidade tem como objetivo descrever o processo de planejamento da DPF, destacando-se ainda a experiência brasileira com avaliação de riscos da dívida<sup>1</sup>.

Para elucidar os elementos desse processo de planejamento, esta unidade está organizada em seis seções:

- Na seção 1, descrevemos a estrutura institucional da Subsecretaria da Dívida Pública (SUDIP), responsável pela gestão da DPF, com destaque para o Comitê de Gerenciamento da Dívida;
- Uma explanação geral do processo de planejamento estratégico da DPF se encontra na seção 2;
- Na seção 3, delineamos o processo de discussão e aprovação do planejamento de curto prazo da DPF, que se materializa no Plano Anual de Financiamento;
- Na seção 4, há uma breve explanação de como o modelo de *benchmark* auxilia na definição de diretrizes quantitativas para a estrutura da DPF no longo prazo;
- Já na seção 5, discorreremos sobre como é elaborada a estratégia de transição da composição atual da DPF para seu *benchmark*, enfatizando-se a importância dos cenários macroeconômicos e do grau de desenvolvimento do mercado de dívida para a determinação da velocidade de convergência da DPF para a estrutura de longo prazo;
- Finalmente, na última seção apresentamos a evolução histórica da construção do modelo brasileiro de planejamento estratégico, os indicadores de risco utilizados para a administração da dívida pública nas etapas iniciais desse processo e as métricas mais relevantes utilizadas atualmente pelos gestores da dívida.

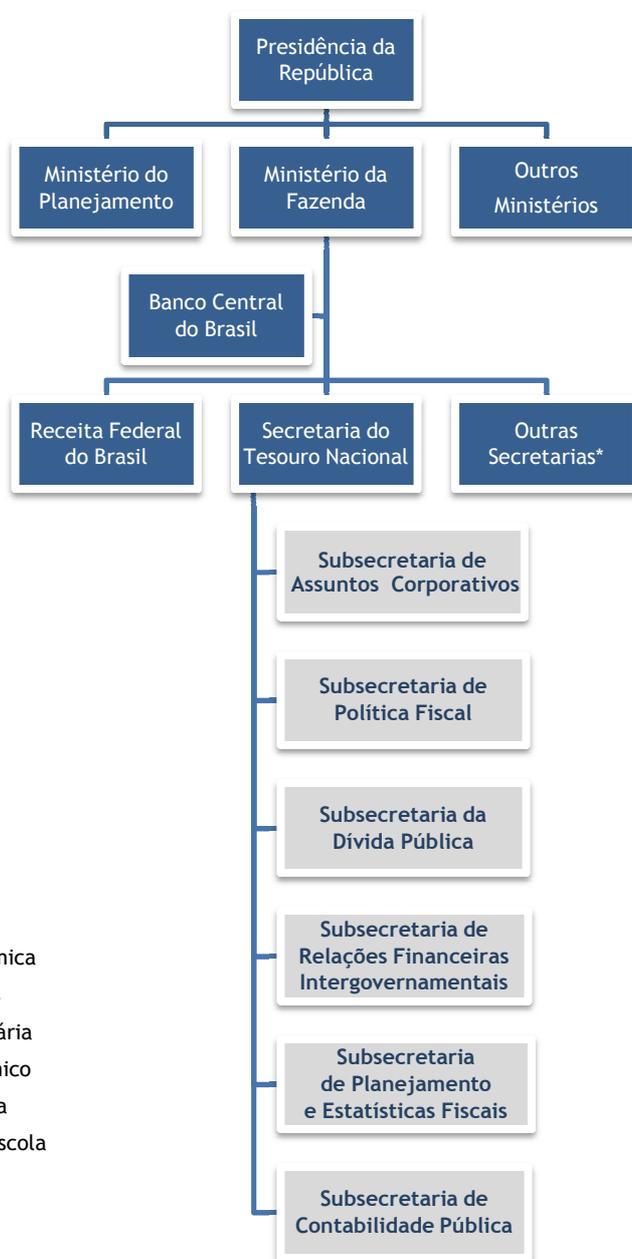
---

<sup>1</sup> Baseando-se em SILVA, CARVALHO & MEDEIROS (2009) e também nos diversos Planos Anuais de Financiamento (PAF), divulgados desde 2001 pela Secretaria do Tesouro Nacional (STN).

## 1. Estrutura Institucional da Subsecretaria da Dívida Pública

Com o objetivo de aperfeiçoar a administração das finanças públicas do Brasil, em 1986 foi criada a Secretaria do Tesouro Nacional (STN), que é parte da estrutura institucional do Ministério da Fazenda e, atualmente, é composta por seis subsecretarias distintas (ver figura 1, abaixo). O marco inicial nesta trajetória foi o ano de 1988, quando as funções de planejamento, supervisão, definição de normas e controle da dívida mobiliária federal, que se encontravam dispersas em diversos órgãos do Governo Federal e Banco Central (BACEN), foram transferidas para a STN.

Figura 1. Estrutura Administrativa do Governo Federal

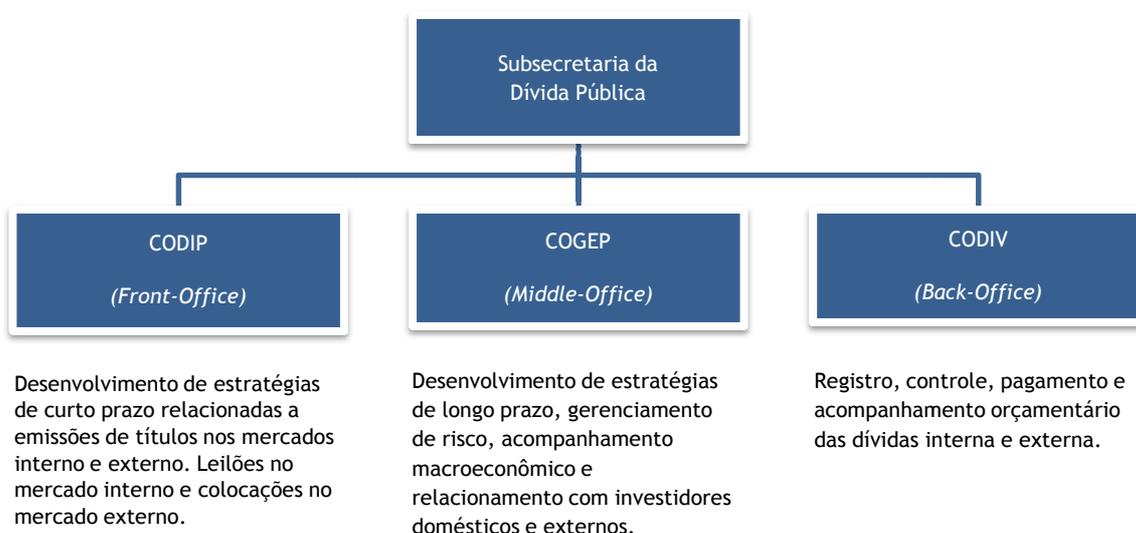


\* Secretaria Executiva (SE), Secretaria de Política Econômica (SPE), Secretaria de Assuntos Internacionais (SAIN), Secretária de Acompanhamento Econômico (SEAE), Procuradoria Geral da Fazenda Nacional (PGFN) e Escola Superior de Administração Fazendária (ESAF).

Internacionalmente, a prática de concentrar as funções de gerenciamento da dívida pública em uma unidade governamental vem crescendo, na medida em que este arranjo institucional contribui para uma gestão mais eficiente e coordenada<sup>2</sup>. Em linha com a experiência internacional, atualmente a STN é o órgão responsável pelo gerenciamento de toda a Dívida Pública Federal (interna e externa, mobiliária e contratual), o que trouxe mais sinergia para os planejamentos de curto e médio prazos, as operações nos diversos mercados, a transparência e a comunicação com os vários grupos de investidores e com as agências de classificação de risco.

A esse respeito, em 1999, o Tesouro Nacional implantou um novo modelo de gestão baseado na filosofia de um DMO (*Debt Management Office*). O organograma a seguir reflete a nova estrutura do Tesouro Nacional após a reestruturação. Dentro desta estrutura, as três coordenações gerais da SUDIP participam de diversas partes do processo de planejamento, emissão, registro, controle e pagamento da dívida pública: (i) a CODIV (Coordenação Geral de Controle da Dívida Pública) é responsável pelo registro, controle e pagamentos; (ii) a COGEP (Coordenação Geral de Planejamento Estratégico da Dívida Pública), que cuida do planejamento de médio/longo prazos, gerenciamento de risco e relacionamento institucional; e (iii) a CODIP (Coordenação Geral de Operações da Dívida Pública), que faz as emissões de títulos nos mercados interno e externo, além do planejamento de curto prazo.

**Figura 2. Estrutura da Subsecretaria da Dívida Pública**



Fonte: Tesouro Nacional

Dentro desta estrutura institucional, o planejamento estratégico da DPF requer estrita coordenação entre as ações que ele propõe e o monitoramento dos resultados durante sua execução. Para garantir esta coordenação, foi criado em 2002 o Comitê de Gerenciamento da Dívida Pública, composto por

<sup>2</sup> Nos países onde a responsabilidade pela administração da dívida pública é dividida entre diversas instituições, podem-se observar inconsistências nos processos e nas estratégias, bem como duplicidade de funções.

representantes das três coordenações da Subsecretaria da Dívida Pública, além do próprio Subsecretário, que o preside.

Anualmente, o Comitê se reúne para analisar e aprovar os resultados do modelo de composição ótima da DPF e avaliar possíveis estratégias de médio prazo para esta dívida. Essas discussões são o ponto de partida para a elaboração do Plano Anual de Financiamento, que é posteriormente discutido e acordado no âmbito do Comitê, antes de ser encaminhado ao Secretário do Tesouro Nacional, para aprovação. Quadrimestralmente, o Plano Anual de Financiamento é revisado, com o intuito de avaliar se mudanças nas condições da economia podem suscitar alterações importantes no planejamento inicial.

Por fim, o Comitê se reúne mensalmente, na última semana de cada mês, para definir a estratégia de curto prazo que permita o cumprimento das metas do PAF e a elaboração do cronograma oficial de leilões do mês subsequente. Estas reuniões constituem uma oportunidade para que os gestores e analistas da Subsecretaria da Dívida Pública, do Tesouro Nacional, compartilhem visões e informações relativas à conjuntura, aos mercados e às perspectivas futuras para o financiamento da DPF.

Vale enfatizar, por fim, que todo o planejamento estratégico (tanto o de curto como o de longo prazo) tem a participação de representantes das três coordenações-gerais da SUDIP, além do seu Subsecretário e do Secretário do Tesouro Nacional.

## 2. O Planejamento Estratégico da DPF

O ponto de partida para o planejamento estratégico é a definição clara do objetivo da administração da dívida. Esse objetivo pode variar de um país para o outro, mas, em geral, ele reflete a busca por um adequado balanceamento entre custos e riscos do portfólio da dívida e preocupações com o desenvolvimento do mercado de títulos públicos.

### Objetivo da gestão da DPF

O objetivo estabelecido para a gestão da Dívida Pública Federal é suprir de forma eficiente as necessidades de financiamento do governo federal, ao menor custo de financiamento no longo prazo, respeitando-se a manutenção de níveis prudentes de risco. Adicionalmente, busca-se contribuir para o bom funcionamento do mercado brasileiro de títulos públicos.

O objetivo acima é o ponto de partida e a referência principal para todo o processo de planejamento e gerenciamento da dívida pública brasileira, que é ilustrado na Figura 1 e será explorado nas seções seguintes.

Em resumo, o processo tem início com a elaboração de estudos analíticos que servem de base para as discussões em torno da escolha do *benchmark* da dívida pública. O próximo passo é o desenho de uma estratégia de transição, o que permite um mapeamento mais completo dos riscos, oportunidades e restrições que podem surgir no médio prazo, ao longo da trajetória em direção ao portfólio de dívida desejado para o longo prazo. Esses elementos são críticos na definição da estratégia de curto prazo, apresentada no PAF, e no seu desenvolvimento, em termos das decisões táticas tomadas pelo Comitê de Gerenciamento da Dívida Pública.

Figura 3. Processo de Planejamento Estratégico da DPF



Fonte: Tesouro Nacional

### 3. O Planejamento Anual

Desde 2001, o Tesouro Nacional publica um Plano Anual de Financiamento (PAF) para a Dívida Pública Federal<sup>3</sup>. Ao longo da última década, o PAF tornou-se um veículo de fortalecimento da transparência e da previsibilidade quanto ao gerenciamento da dívida pública, aprimorando a atuação do Tesouro Nacional no mercado de títulos públicos. O PAF é planejado para atender ao objetivo do gerenciamento da dívida brasileira e um conjunto de diretrizes que orientam a formulação da estratégia de curto prazo<sup>4</sup>.

<sup>3</sup> Além do PAF, desde 2004 o Tesouro Nacional também publica o Relatório Anual da Dívida (RAD), que apresenta os resultados alcançados e os principais eventos ocorridos na gestão da dívida pública do ano anterior. Tanto o PAF quanto o RAD estão disponíveis, em português e inglês, no site do Tesouro Nacional, em: [http://www.tesouro.gov.br/divida\\_publica/index.asp](http://www.tesouro.gov.br/divida_publica/index.asp).

<sup>4</sup> Embora o atual arcabouço de planejamento da DPF contemple a definição do benchmark e o desenho de um plano de médio prazo, em seus estágios iniciais seu foco recaía apenas no desenho de estratégias de curto prazo, que eram materializadas nos planos anuais de financiamento.

Além do objetivo da DPF, essas diretrizes levam em conta o *benchmark* e a estratégia de transição. De forma geral, elas englobam o alongamento do prazo médio da dívida, a suavização do perfil de vencimentos, o aumento da participação dos títulos prefixados e remunerados por índices de preços, a ampliação da base de investidores e da liquidez do mercado de títulos públicos e o desenvolvimento das estruturas a termo das taxas de juros da dívida.

## Diretrizes para a gestão da DPF

- Aumento do prazo médio do seu estoque
- Suavização da estrutura de vencimentos, com especial atenção para a dívida que vence no curto prazo
- Substituição gradual dos títulos remunerados pela taxa de juros Selic por títulos com rentabilidade prefixada ou vinculada a índices de preços
- Aperfeiçoamento do perfil da Dívida Pública Federal externa (DPFe), por meio de emissões de títulos com prazos de referência (benchmarks), programa de resgate antecipado e operações estruturadas
- Desenvolvimento da estrutura a termo de taxas de juros nos mercados interno e externo e o aumento da liquidez dos títulos públicos federais no mercado secundário
- Ampliação da base de investidores

Na concepção do planejamento anual, consideram-se ainda uma série de cenários macroeconômicos alternativos. Estes cenários são construídos a partir de um conjunto de variáveis macroeconômicas relevantes (taxa básica de juros, taxa de câmbio e inflação, principalmente) e da hipótese de manutenção dos pilares da política econômica iniciada em 1999 (regime de metas de inflação, câmbio flutuante e superávits primários robustos).

Tendo em vista a estimativa da necessidade de financiamento do Governo Federal para o ano, as diretrizes do PAF, os cenários macroeconômicos e as diversas estratégias de emissão dos títulos da dívida pública, o Tesouro Nacional calcula os valores esperados para os principais indicadores da Dívida Pública Federal - DPF: estoque, composição por indexador, estrutura de maturação e percentual vencendo em 12 meses. A partir daí, são apresentados no PAF limites indicativos dos valores superior e inferior que cada um desses indicadores deve assumir ao final do ano, como ilustrado na Tabela 1.

Tabela 1. Metas Para a Dívida Pública Federal em 2011

Indicadores	2010	Limites para 2011	
		Mínimo	Máximo
<b>Estoque (R\$ bilhões)</b>			
	1.694,0	1.800,0	1.930,0
<b>Composição (%)</b>			
Prefixados	36,6	36,0	40,0
Índices de Preços	26,6	26,0	29,0
Taxa Flutuante	31,6	28,0	33,0
Câmbio	5,1	4,0	6,0
<b>Estrutura de vencimentos</b>			
Prazo Médio (anos)	3,5	3,5	3,7
% Vencendo em 12 meses	23,9	21,0	25,0

Nota: A partir do PAF 2011, o Tesouro Nacional passou a agregar sob “Taxa Flutuante” todos os títulos remunerados por taxas repactuadas periodicamente (e.g. Selic, TR e TJLP).

Fonte: Tesouro Nacional

A execução do planejamento anual da DPF requer estrita coordenação entre as ações que ele induz e o monitoramento dos resultados durante sua execução. Para evitar inconsistências na execução do PAF - e, caso seja necessário, propor ações corretivas -, ao final de cada mês são realizadas reuniões do Comitê de Gerenciamento da Dívida. Nestas reuniões são discutidas questões relativas à conjuntura macroeconômica, avaliadas a necessidade de financiamento e as condições do mercado financeiro, proposta e aprovada a estratégia de emissão de títulos públicos para o mês seguinte e avaliados os seus impactos em relação aos limites propostos no PAF para o final do ano. A estratégia inclui características como prazo de maturação e tipo de remuneração (prefixada, taxa flutuante, variação cambial ou índice de preços) dos instrumentos financeiros a serem emitidos. Resulta desse processo também a definição de um cronograma público de emissões de títulos públicos, o qual apresenta a data e o tipo de leilão, bem como as características dos títulos a serem emitidos.

#### 4. O Modelo de Composição Ótima da Dívida Pública Federal<sup>5</sup>

A definição de uma estratégia de financiamento envolve escolhas com relação ao balanço entre custos esperados e riscos que determinada estrutura da dívida pública pode acarretar. Nesse sentido, com base nas preferências sociais entre custos e riscos, o gestor da dívida precisa definir qual o perfil desejado para seu passivo no longo prazo, isto é, seu *benchmark*, de modo que seu financiamento ocorra da forma menos onerosa possível sem, no entanto, ocasionar elevada exposição a riscos.

<sup>5</sup> Ver Unidade II deste documento para uma descrição pormenorizada do modelo.

A busca de um portfólio de referência para a dívida pública no longo prazo não é exclusividade do Brasil. Diversos países já se utilizam de arcabouços teóricos semelhantes, dentre eles, Portugal, Suécia, Irlanda, Dinamarca e África do Sul. Além disso, organismos internacionais como o Banco Mundial e o Fundo Monetário Internacional recomendam que os gestores de dívida soberana adotem modelos de *benchmark* como ferramenta de gerenciamento de risco e planejamento estratégico.

O Tesouro Nacional desenvolveu nos últimos anos um modelo para auxiliar na avaliação do custo e do risco que diferentes estruturas de dívida podem acarretar para a DPF, com o foco na escolha de seu *benchmark*. O arcabouço analítico do modelo, que será explorado na Unidade II, se apóia num conjunto de simulações que permite avaliar o comportamento de portfólios alternativos da DPF diante de diversos cenários para a evolução das variáveis que determinam o custo de financiamento da dívida.

A partir das simulações, indicadores de custo e risco são derivados para cada portfólio avaliado. O portfólio de menor custo para um determinado nível de risco é considerado eficiente. Como produto final do modelo, a união de todos os portfólios que satisfazem a essa condição para diferentes níveis de risco é denominada fronteira eficiente, a qual expressa o *trade-off* em termos de custo e risco com que o gestor da dívida se defronta. Na fronteira estocástica, cada portfólio é diferente em termos de composição, prazo médio e percentual vincendo em 12 meses. Os resultados finais são submetidos a debate entre os gestores da dívida, considerando-se ainda a factibilidade de se alcançar os possíveis portfólios *benchmark*.

Finalmente, na escolha do *benchmark*, o gestor da dívida pública apresenta os resultados da fronteira eficiente ao gestor da política fiscal, que pode ser o ministro da Fazenda, o secretário do Tesouro ou algum tipo de Comitê Executivo. Como representante da sociedade, o gestor da política fiscal será o responsável por escolher um nível aceitável de risco e, por conseguinte, o custo de financiamento desejado pelo governo. É importante destacar que, neste processo de escolha do *benchmark*, questões relacionadas à sustentabilidade da dívida também devem ser consideradas. Desta forma, deveriam ser desconsideradas composições ótimas que, em função do seu custo projetado de financiamento ou da assunção de um risco excessivo, possam tornar a dívida insustentável.

Por uma série de razões, a convergência da composição atual da dívida pública para o seu *benchmark* pode variar ao longo do tempo. Fatores tais como um ambiente macroeconômico adverso ou a ausência de um mercado local de dívida desenvolvido - que pode resultar em escassez de demanda para alguns instrumentos de dívida preferíveis - podem diminuir a velocidade de convergência. Em tais circunstâncias, análises teóricas mais robustas, simulações de dinâmica da dívida em cenários alternativos e aprofundamento de discussões para a definição dos objetivos de longo prazo podem ser tão ou mais importantes para a gestão da dívida que concentrar esforços na identificação de possíveis composições ótimas.

A proposta inicial do modelo brasileiro de composição ótima foi publicada no PAF de 2007. As simulações deste modelo indicavam que uma gestão eficiente da DPF seria aquela que levaria a um aumento da

proporção de títulos prefixados<sup>6</sup> e dos remunerados por índices de preços, em detrimento da dívida a taxas flutuantes ou vinculada à taxa de câmbio<sup>7</sup>. A evolução recente no perfil da DPF, em linha com as diretrizes acima, tem permitido um maior equilíbrio entre custos e riscos da DPF.

Atualmente, os debates têm avançado para um refinamento das diretrizes quantitativas da DPF para o longo prazo, como a definição de limites indicativos a serem buscados neste período, como se vê na Tabela 2. É importante ressaltar que, embora estes limites forneçam um guia para a definição de estratégias, eles também devem refletir eventuais restrições relativas ao cenário macroeconômico brasileiro e ao estágio de desenvolvimento dos mercados financeiros locais. A velocidade de convergência da atual composição da DPF para aquela indicada na Tabela 3 dependerá da superação de algumas dessas restrições.

---

**Tabela 2. Intervalos Indicativos da Composição da DPF Desejada no Longo Prazo**

---

	Inferior	Superior
Prefixados	40%	50%
Índices de Preços	30%	35%
Taxa Flutuante	10%	20%
Câmbio	5%	10%

---

Fonte: Tesouro Nacional

## 5. Elaboração da Estratégia de Transição de Médio Prazo

Além de divulgar à sociedade, por meio do PAF, a estratégia de curto prazo (um ano) e a composição ótima de longo prazo (*benchmark*), o planejamento estratégico da DPF define anualmente uma “estratégia de transição” da composição atual da dívida pública para o *benchmark* de longo prazo. A estratégia de transição procura responder à seguinte questão: quais devem ser a trajetória e a velocidade de convergência para a composição de longo prazo desejada, respeitando-se as condições iniciais (isto é, o

---

<sup>6</sup> Dentre as vantagens dos títulos prefixados, destacam-se: (i) garantem maior previsibilidade aos custos da dívida; e (ii) contribuem para o desenvolvimento do mercado de renda fixa do país.

<sup>7</sup> Com respeito à dívida cambial (atualmente, restrita à dívida externa), as simulações mostram que, embora ela tenda a ter menor custo médio, seu risco é muito elevado, sobretudo, em cenários de estresse. Apesar disso, e por causa da proteção oriunda das reservas internacionais em caso de oscilações da taxa de câmbio, sob o ponto de vista da Dívida Líquida do Setor Pública (DLSP) é interessante incorrer em algum risco cambial na DPF. Adicionalmente, os bônus soberanos são importantes para o desenvolvimento da estrutura a termo das taxas de juros brasileira no mercado internacional, servindo, inclusive, como referência para o setor privado do Brasil.

atual perfil da dívida) e as restrições de curto e médio prazos (especialmente, restrições macroeconômicas e de desenvolvimento dos mercados financeiros locais).

O desenvolvimento da estratégia de transição requer a elaboração e discussão de cenários macroeconômicos qualitativos e quantitativos para as variáveis (taxa Selic, taxa de câmbio, inflação e PIB, principalmente) que afetam os custos e riscos da DPF. Em cada cenário proposto, diferentes estratégias são avaliadas em função da velocidade de convergência para o *benchmark* de longo prazo. Na prática, a velocidade de convergência em direção ao *benchmark* é a principal diferença entre as estratégias alternativas, respeitadas as condições de financiamento para cada cenário, durante o período de transição.

A escolha das estratégias de transição para o longo prazo também explora os *trade-offs* entre custos e riscos da dívida pública. Para cada estratégia, são simulados os resultados para os indicadores de custo, risco, perfil de maturação e composição da dívida. Por exemplo, uma escolha do gestor da dívida pública poderia ser emitir, essencialmente, dívida prefixada, enquanto outra poderia atribuir maior importância à emissão de títulos referenciados à índices de preços. Caminhos alternativos como estes dão subsídio ao gestor da dívida no processo decisório, na medida em que apresentam as consequências de suas escolhas para os principais indicadores da dívida.

Para finalizar, a elaboração da estratégia de transição envolve a integração dos processos de simulação do *benchmark* e definição da estratégia de convergência. Enquanto o modelo de *benchmark* é baseado na suposição de que a economia encontra-se em seu estado estacionário<sup>8</sup>, a estratégia de transição é determinada com base nos cenários possíveis para os próximos anos. Por isto, as discussões sobre cenários macroeconômicos e evolução dos mercados de dívida pública são vitais para determinar como será a convergência da economia para seu estado estacionário e, por conseguinte, como a gestão da dívida pública deve ser executada, de forma a alcançar o *benchmark*<sup>9</sup>.

## 6. Avaliação de Riscos: a Experiência Brasileira

Elemento importante no processo de planejamento, a avaliação da exposição a riscos é um dos pilares para a definição das diretrizes estratégicas da DPF<sup>10</sup>. A agregação das ferramentas de gestão de riscos ao conjunto de instrumentos de avaliação de riscos da DPF deve ser vista em conjunto com a evolução econômica do país, que favoreceu o desenvolvimento dos mercados de dívida pública, ampliando o leque

---

<sup>8</sup> O estado estacionário tem dois significados no modelo de benchmark da dívida pública. Primeiramente, significa que todas as variáveis econômicas estejam oscilando em torno de seus valores de equilíbrio de longo prazo. Na prática, a referência de cenário de estado estacionário compreende as seguintes características: estabilidade do ambiente econômico, reduzida vulnerabilidade fiscal, taxas de juros menores, inflação sob controle e crescimento econômico sustentável. O segundo significado presente na idéia de estado estacionário é que a cada composição de dívida se associa uma estratégia de emissão que mantém constantes as características do portfólio de longo prazo da DPF.

<sup>9</sup> As alternativas para a estratégia de transição são simuladas num contexto determinístico. É possível desenhar sistemas de simulações estocásticas dinâmicas com o intuito de otimizar também a estratégia de transição. Essa abordagem deve ser o próximo passo na aplicação de modelos de otimização, mas, por ser incipiente e bastante complexa, ainda não encontramos registros de gestores soberanos de dívida que a tenham utilizado com sucesso.

<sup>10</sup> Maiores detalhes podem ser encontrados em ALVES & SILVA (2009) e SILVA, CABRAL & BAGHDASSARIAN (2009).

de alternativas para o financiamento. A estabilidade econômica e o aperfeiçoamento dos mercados foram condições imprescindíveis para a evolução dos instrumentos de planejamento e análise da dívida pública.

Os principais riscos envolvidos na gestão da DPF são o de refinanciamento e o de mercado, mas também são considerados os riscos estratégico, operacional e legal. Uma descrição mais pormenorizada destes tipos de risco encontra-se no quadro a seguir.

## Principais riscos monitorados na gestão da DPF

### Risco de Refinanciamento

- O **risco de refinanciamento** é dado pela possibilidade de se enfrentar custos mais elevados para obter financiamento de curto prazo, ou até, em uma situação limite, de não ser possível refinar a dívida vencendo no curto prazo. Esse risco está relacionado ao perfil de maturação da dívida, assim como à sensibilidade de curto prazo desta a choques nas principais variáveis.

### Risco de Mercado

- O **risco de mercado (ou risco financeiro)** deriva de variações nos custos de financiamento resultantes dos movimentos das taxas de juros de curto prazo, da estrutura a termo da taxa de juros, da taxa de câmbio ou da inflação. Ou seja, este risco está relacionado às oscilações do estoque da dívida em mercado.

### Risco Estratégico

- O **risco estratégico** é aquele resultante da possibilidade de uma estratégia não atingir seus objetivos. Para o Tesouro Nacional, esse risco está presente, por exemplo, na possibilidade de que os limites previstos no PAF para composição da DPF por indexador não sejam alcançados, em função da escolha de uma estratégia inadequada.

### Risco Operacional

- O conceito de **risco operacional** é bastante amplo, abrangendo a possibilidade de falhas causadas por pessoas, processos internos ou sistemas, ou, ainda, eventos externos que resultem em perdas para a instituição. No caso do Tesouro Nacional, esse risco pode se manifestar ao público externo, principalmente, nos leilões de títulos públicos. Por exemplo, uma falha na transmissão de energia elétrica poderia inviabilizar a venda de títulos no momento programado do leilão.

### Risco Legal

- O **risco legal** decorre da possibilidade de que os limites legais para indicadores da dívida (estoque ou volume anual de emissão, por exemplo) não sejam respeitados.

No Brasil, o desenvolvimento do modelo de composição ótima da dívida pública brasileira foi uma consequência natural de um longo processo de melhoria do arcabouço institucional utilizado para avaliar os custos e riscos da DPF. Inicialmente, implantou-se o modelo de gestão ativos e passivos do governo. A seguir, surgiram os instrumentos gestão de riscos utilizados pelo Tesouro Nacional na gestão da DPF. Só então, partiu-se para o estudo de um modelo de composição ótima para a dívida pública.

Para facilitar a compreensão dessa evolução ao longo do tempo, pode-se dividi-la em três diferentes etapas. Na primeira etapa, o Tesouro Nacional adotou diretrizes para a administração da DPF tendo como referência um modelo de gestão de ativos e passivos, chamado “ALM (*Asset and Liability Management*)”. Este modelo tem por objetivo combinar as características dos ativos e dos passivos do governo, de forma a proteger a dívida líquida dos riscos de mercado e, desta forma, suavizar as oscilações do balanço patrimonial do governo. Para isto, o ALM leva em consideração a estratégia de gerenciamento da dívida pública e outras políticas macroeconômicas. O PAF de 2002<sup>11</sup> foi o primeiro a fazer menção ao modelo de ALM.

O resultado da implantação do modelo de ALM pelo Tesouro Nacional foi a elaboração de relatórios periódicos monitorando ativos e passivos sob responsabilidade do Governo Central, que permitiam desenvolver estratégias de financiamento mais eficazes para o equilíbrio da relação entre tais ativos e passivos. Esses relatórios identificavam os descasamentos entre ativos e passivos, em termos de indexadores, prazo médio de maturação, fluxos de caixa e percentual com vencimento nos 12 meses seguintes, e incluíam simulações a respeito da evolução futura desses descasamentos.

O objetivo do ALM é criar um portfólio de obrigações com características de risco similares às dos ativos do governo, de maneira a reduzir a sensibilidade do balanço patrimonial do setor público a choques nas variáveis econômicas e financeiras. Para tanto, considerando-se as particularidades do setor público, é importante o mapeamento adequando dos ativos que comporão o balanço a ser utilizado para fins de ALM. O fato do governo não ser maximizador de lucros e poder cobrar tributos faz com que a estrutura de ALM difira entre o setor público e o privado.

Normalmente, parte-se de um balanço contábil, o qual é adaptado ao “balanço econômico”, que inclui apenas os itens que representam potenciais obrigações financeiras e aqueles que contribuirão para pagá-las. Ou seja, devem ser levados em consideração somente os ativos/passivos que interferem no risco soberano. Essa regra pode levar à exclusão dos ativos que não geraram fluxos financeiros para a gestão da dívida e da inclusão de passivos contingentes no balanço do governo. Por outro lado, ativos ilíquidos como parques nacionais, equipamento militar, prédios do governo fazem parte do balanço contábil, mas podem ser considerados irrelevantes para análise no contexto do ALM do governo. Mas, caso esses itens possam fazer parte de um programa de privatização, eles seriam incluídos no mapa de ativos.

Por fim, destaque-se que o principal ativo de um governo é sua capacidade para arrecadar tributos. Em contrapartida, alguns gastos são tipicamente responsabilidade do setor público. Do ponto de vista do ALM,

---

<sup>11</sup> <http://www.tesouro.fazenda.gov.br/hp/downloads/resultado/paf2002.pdf>.

o gestor da dívida deve ser capaz de capturar as características das receitas ou dos superávits primários futuros e, se possível, estimá-los com o propósito de “fechar” o balanço. No longo prazo, o valor presente da dívida deve ser financiado pelo valor presente do somatório dos fluxos futuros de superávits primários.

Na segunda etapa do processo de aperfeiçoamento dos mecanismos de gestão de riscos da DPF, foram agregadas abordagens procurando mensurar os efeitos sobre a DPF decorrentes de choques adversos nos indexadores da dívida. Este foi o caso do teste de estresse, que simula o impacto negativo no estoque (ou no custo) da DPF devido a uma pressão forte e persistente sobre a taxa de juros reais ou sobre a taxa de câmbio. Outro exemplo foi o início do uso de indicadores estocásticos<sup>12</sup>, como o *Cash-flow-at-risk* (CfaR)<sup>13</sup> e o *Cost-at-risk* (CaR)<sup>14</sup>. Esses indicadores são obtidos a partir de simulações pelo método de Monte Carlo para variáveis chave (taxas de juros, de câmbio e de inflação, no caso brasileiro), calibradas por dados históricos ou parâmetros determinísticos. Como resultado das simulações, são obtidas distribuições de probabilidades dos fluxos de caixa (CfaR) ou do estoque da dívida (CaR). Essa classe de indicadores de risco permitiu que se estimassem as perdas esperadas na dívida por eventos negativos, e foram apresentadas inicialmente no PAF de 2004<sup>15</sup>.

A Tabela 3, a seguir, apresenta uma breve descrição dos principais indicadores utilizados para monitorar os riscos da DPF no Brasil.

---

<sup>12</sup> São indicadores de risco baseados em simulações estocásticas, que têm a vantagem de indicar uma distribuição de probabilidades do valor dos fluxos de pagamentos ou do valor do estoque da dívida. Esse tipo de medida de risco permite estimar perdas para a dívida pública decorrentes de eventos negativos que ocorrem na economia, além de quantificar a probabilidade de tais eventos.

<sup>13</sup> O *Cash-flow-at-risk* indica o aumento máximo que pode ocorrer nos fluxos de pagamentos da DPF para um dado período, em relação ao valor esperado de tais pagamentos, considerando uma dada probabilidade (e.g. 95% de confiança).

<sup>14</sup> No Brasil, o *Cost-at-risk* é usado para medir a incerteza com relação ao montante de dívida ao final de um período. Ele indica o valor máximo que a dívida pode atingir, para uma dada probabilidade. Diferentemente do caso da Dinamarca, em que a medida é definida em termos de custo da dívida, o CaR brasileiro é determinado com base no estoque da dívida. Todavia, as duas abordagens são equivalentes, uma vez que, quanto maior o custo, maior o estoque da dívida para um dado resultado primário do governo.

<sup>15</sup> [http://www.tesouro.fazenda.gov.br/hp/downloads/resultado/paf\\_2004.pdf](http://www.tesouro.fazenda.gov.br/hp/downloads/resultado/paf_2004.pdf).

**Tabela 3. Principais indicadores de risco da dívida pública usados no Brasil**

Tipo de Risco	Indicador	Descrição	Comentários
Risco de Refinanciamento	Percentual vincendo em 12 meses da DPF	Indica a concentração de curto prazo de vencimentos da dívida.	Um descrição completa do perfil de maturação da dívida pode ser feita a partir da análise de toda a estrutura de vencimentos da DPF (isto é, avaliando-se também a porcentagem da dívida vincendo no médio e no longo prazos).
	Prazo Médio da DPF	Indica o período de tempo que, em média, toda a dívida deverá ser paga ou refinanciada.	No Brasil, no cálculo do prazo médio da DPF utiliza-se o valor presente dos fluxos (principal e juros) da dívida como fator de ponderação dos prazos de cada fluxo (Conceito de duration).
	Cash-Flow-at-Risk (CFaR)	Indica o aumento máximo que pode ocorrer nos fluxos de pagamentos da DPF projetados para um dado período, considerando-se um dado intervalo de confiança (e.g. probabilidade de 95%)	O CFaR e o CaR (vide abaixo) são indicadores de risco baseados em simulações estocásticas, que têm a vantagem de indicar uma distribuição de probabilidades do valor dos fluxos de pagamentos ou do valor do estoque da dívida. Esse tipo de medida de risco permite estimar perdas para a dívida pública decorrentes de eventos negativos que ocorrem na economia, além de quantificar a probabilidade de tais eventos.
Risco de Mercado	Composição da DPF	Indica a porcentagem do estoque da dívida por tipo de remuneração (Prefixados, Flutuantes, Índices de Preços e Cambiais).	Os tipos de remuneração que categorizam o estoque da DPF nesse indicador são definidos de acordo com classes de risco que, por sua vez, dependem dos indexadores da dívida. Na DPF há 4 classes: Juros Prefixados, Juros Flutuantes, Indexados à Inflação (Índices de Preços), Atrelados à Taxa de Câmbio (Cambiais).
	Risco de Repactuação (ou risco de taxas de juros)	Indica a parcela da DPF sujeita a aumentos no seu custo devido a flutuações nas taxas de juros no curto prazo.	Corresponde à dívida exposta à flutuações nas taxas de juros, seja porque a dívida deve ser refinanciada (por novas taxas) ou porque a dívida é remunerada por taxas de juros flutuantes (por exemplo: taxa de juros Selic). Assim, o indicador é dado pelo somatório da porcentagens de DPF a vencer em 12 meses e da remunerada por juros flutuantes a vencer após 12 meses.
	Análise de Sensibilidade da DPF	Indica o aumento no estoque (custo) da dívida devido a uma variação de 1% em um determinado indexador (Taxa de juros de curto prazo ou taxa de câmbio).	Trata-se de uma análise que procura responder "O que acontece se determinado choque ocorre?". Alternativamente, esse indicador pode ser calculado assumindo variação equivalente a um desvio-padrão no indexador de referência.
	Teste de Estresse	Mede o impacto negativo no estoque (ou no custo) da DPF devido a uma pressão forte e persistente sobre a taxa de juros reais ou sobre a taxa de câmbio.	É equivalente à análise de sensibilidade, mas, neste caso, aplica-se um choque equivalente a 3 desvios-padrão da taxa de juros real ou da desvalorização cambial real acumuladas em 12 meses sobre o estoque e composição da DPF.
	Cost-at-Risk (CaR)	Indica o valor máximo que o estoque da DPF pode atingir ao final de um determinado período (e.g.: 1 ano) para um dado intervalo de confiança (e.g. probabilidade de 95%).	No Brasil, o cost-at-risk é usado para medir a incerteza com relação ao montante de dívida ao final de um período. Apesar de ser definido em termos de estoque, ao invés de custos (juros), essas duas abordagens são diretamente relacionadas, uma vez que quanto maior o custo maior o estoque da dívida para um dado resultado primário do governo.

Fonte: Tesouro Nacional

Tendo sido estabelecidos os instrumentos de gestão de riscos, a última etapa do desenvolvimento institucional resultou em esforços para a elaboração de um modelo que proporcionasse refinamento quantitativo das diretrizes gerais da DPF. Ou seja, buscou-se a definição de um modelo de composição ótima de longo prazo para a DPF, que procurava minimizar os impactos sobre o resultado fiscal de choques que afetassem a dívida pública. A proposta inicial do modelo foi publicada no Plano Anual de Financiamento 2007<sup>16</sup> e, posteriormente, em CABRAL *et. alli.* (2008). Uma descrição mais pormenorizada do arcabouço analítico usado pelo Tesouro Nacional para auxiliar na definição do *benchmark* da DPF será objeto da Unidade II deste documento.

Para concluir, vale observar que, mesmo que a utilização de instrumentos financeiros sofisticados na gestão da DPF coloque o Tesouro Nacional brasileiro como referência no cenário mundial, ainda há espaço para melhorias no modelo. Como exemplos, podem-se incluir a utilização de modelos de macro-estruturais para a geração de cenários, em que modelos macroeconômicos e financeiros são conjugados na geração dos cenários estocásticos, e também a utilização de diferentes abordagens para a modelagem das curvas de juros<sup>17</sup> prefixadas, de preços e cambiais.

---

<sup>16</sup> [http://www.tesouro.fazenda.gov.br/hp/downloads/PAF\\_2007.pdf](http://www.tesouro.fazenda.gov.br/hp/downloads/PAF_2007.pdf).

<sup>17</sup> Atualmente, utiliza-se um modelo baseado COX, INGERSOLL & ROSS (1985) – chamados de modelos CIR, com apenas um fator (o nível da taxa de juros) para explicar a estrutura a termo das taxas de juros (ETTJ). No futuro, espera-se trabalhar com modelos que incluam a dinâmica de mais fatores da ETTJ (por exemplo, o nível e a inclinação) sejam eles da família CIR ou adotando-se outras especificações, como as derivadas de NELSON & SIEGEL (1987).

## 7. Referências Bibliográficas

ALVES, L. F.; SILVA, A.C. **Planejamento Estratégico da Dívida Pública Federal**. In *Dívida Pública: A Experiência Brasileira*. Secretaria do Tesouro Nacional. Parte 2, Capítulo 2, p. 149-171. 2009. Disponível em: <[http://www.tesouro.fazenda.gov.br/divida\\_publica/downloads/Parte%202\\_2.pdf](http://www.tesouro.fazenda.gov.br/divida_publica/downloads/Parte%202_2.pdf)>.

CABRAL, R.S.V; LOPES, M.L.M; BAGHDASSARIAN, W.; ALVES, L.F., de SOUZA JR., P.I.F; dos SANTOS; A.T.L. **A Benchmark for Public Debt: The Brazilian Case**. 2008. Working Paper. Disponível em: <[http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract\\_id=1352539](http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=1352539)>.

COX, J.; INGERSOLL, J.; ROSS, S. **A Theory of the Term Structure of Interest Rates**. *Econometrica* 53, p. 385-407, 1985.

MINISTÉRIO DA FAZENDA. SECRETARIA DO TESOUREO NACIONAL. **Plano Anual de Financiamento** (vários anos: 2001 - 2011). Disponível em: <[http://www.tesouro.fazenda.gov.br/divida\\_publica/paf.asp](http://www.tesouro.fazenda.gov.br/divida_publica/paf.asp)>

NELSON, C.; SIEGEL, A. **Parsimonious Modeling of Yield Curves**. *Journal of Business*, 60, VOL. 4, P. 473-489, 1987.

SILVA, A.C.; CABRAL, R.; BAGHDASSARIAN, W.; **Gerenciamento de riscos da Dívida Pública Federal**. In *Dívida Pública: A Experiência Brasileira*. Secretaria do Tesouro Nacional. Parte 2, Capítulo 3, p. 173-218. 2009b. Disponível em: <[http://www.tesouro.fazenda.gov.br/divida\\_publica/downloads/Parte%202\\_2.pdf](http://www.tesouro.fazenda.gov.br/divida_publica/downloads/Parte%202_2.pdf)>.

SILVA, A.C.; de CARVALHO, L.O.; de MEDEIROS, O.L. (org.) **Dívida Pública: A Experiência Brasileira**. Secretaria do Tesouro Nacional. 2009. Disponível em: <[http://www.tesouro.fazenda.gov.br/divida\\_publica/livro\\_divida.asp](http://www.tesouro.fazenda.gov.br/divida_publica/livro_divida.asp)>.

## UNIDADE II: O ARCABOUÇO ANALÍTICO DO BENCHMARK DA DÍVIDA PÚBLICA FEDERAL

---

Como vimos na Unidade I, a definição da composição ótima da dívida pública é um dos elementos do processo de planejamento estratégico. Tal composição ótima (*benchmark*) representa o perfil desejado para a estrutura da dívida no longo prazo e constitui um guia para o delineamento de estratégias de financiamento de curto e médio prazo do governo.

No caso brasileiro, o *benchmark* é expresso por um conjunto de indicadores relevantes para a dívida, sendo eles a composição do estoque por tipo de remuneração, a estrutura de vencimentos, particularmente a proporção de dívida a vencer nos próximos 12 meses, e o prazo médio do estoque da dívida. A implantação do *benchmark* pode se materializar por meio do estabelecimento de metas para o valor que tais indicadores deveriam alcançar em um determinado horizonte temporal.

Nesta Unidade procuramos descrever o modelo utilizado pelo Tesouro Nacional para se avaliarem os *trade-offs* entre custos e riscos derivados de perfis alternativos para a estrutura da Dívida Pública Federal (DPF) no longo prazo, em linha com o objetivo e as diretrizes para a sua gestão<sup>1</sup>.

Esta unidade está organizada em quatro seções:

- Inicialmente, apresentaremos os principais argumentos teóricos em favor da adoção de um *benchmark*, bem como a experiência internacional sobre o tema;
- Na seção 2, descreveremos o modelo de simulações utilizado pelo Tesouro Nacional;
- A aplicação do modelo para definição do *benchmark* da DPF é ilustrada na seção 3;
- Por fim, na seção 4 apresentaremos a composição da DPF desejada para o longo prazo, sob a forma de limites inferior e superior.

---

<sup>1</sup> A definição um benchmark para a DPF foi objeto de trabalhos prévios como CABRAL E LOPES (2005) SILVA, CABRAL E BAGHDASSARIAN (2006), CABRAL et alli. (2008) e ALVES (2009).

## 1. Literatura e experiência internacional

A importância de uma composição ótima (*benchmark*) é amparada na literatura teórica, que preconiza a relevância da gestão da dívida pública para a atividade econômica<sup>2</sup>, especialmente as literaturas sobre tributação ótima (*tax smoothing*) e consistência temporal, que levam à defesa de uma gestão ativa da dívida. Os argumentos teóricos em favor da busca de uma adequada composição de dívida se ampliam quando são considerados elementos providos pelas literaturas sobre credibilidade das políticas macroeconômicas, sinalização, e efeitos reais de um *default* soberano, dentre outros<sup>3</sup>.

Neste debate deve se registrar também a contribuição de instituições multilaterais, tais como o Banco Mundial e o Fundo Monetário Internacional. Estas duas instituições descrevem o *benchmark*, em sua publicação *Guidelines for Public Debt Management* (WB; IMF, 2001), como uma poderosa ferramenta para representar o perfil de dívida que o governo deseja atingir, com base em suas preferências diante do *trade-off* entre custos e riscos.

Finalmente, a experiência internacional documenta que diversos países empreenderam esforços para a definição de uma composição ótima para suas dívidas. Este é o caso de Portugal, um dos pioneiros na formulação e adoção de um modelo de composição ótima de longo prazo para quantificar o objetivo da gestão de sua dívida pública, bem como para aumentar a consistência entre as decisões diárias e o objetivo de longo prazo. Dinamarca, Suécia, Canadá e Reino Unido também desenvolveram modelos para auxiliar na definição de um portfólio de referência para guiar a elaboração de estratégias de financiamento. O quadro a seguir resume aspectos da experiência desses países.

---

<sup>2</sup> A Hipótese de Equivalência Ricardiana é um ponto de partida importante nesse debate, embora tal hipótese não forneça subsídios em defesa de uma gestão ativa do endividamento público. Uma consequência da Hipótese de Equivalência Ricardiana é a neutralidade da dívida sobre a atividade econômica, uma vez que dívida e tributos são equivalentes do ponto de vista intertemporal. Contudo, a Equivalência Ricardiana apóia-se basicamente nos seguintes supostos: 1) horizonte de planejamento infinito; 2) mercados completos; e 3) os tributos não causam distorções (Barro, 1974; 1979; 1989). É a partir do relaxamento desses pressupostos que novas teorias concluem pela importância de uma adequada administração da dívida.

<sup>3</sup> Ver GOLDFAJN e DE PAULA (1999).

Tabela 1. Experiência Internacional

Pais	Indicador relevante	Resumo do modelo	Fonte
Portugal	Custo e risco dos fluxos de caixa, com restrições ao risco de refinanciamento	O modelo assume dívida nominal constante em estado estacionário, e tem três entradas: 1) taxas de juros estocásticas; 2) conjunto de estratégias de financiamento; e 3) cenários determinísticos para outras variáveis macroeconômicas. Um subconjunto das melhores soluções do modelo é apresentado às autoridades, que tomam a decisão final.	IGCP (1999).
Suécia	Metas para participação de cada tipo de dívida em função dos fluxos de caixa e da <i>duration</i>	Running Yield: a distribuição de probabilidade do modelo é calculada pela simulação dinâmica das curvas de juros (curto e longo prazo), inflação, taxas de câmbio e PIB. Uma medida de dispersão dessa distribuição é usada como indicador de risco.	RIKSGÄLDEN (2008); RIKSGÄLDEN (2009)
Irlanda	Valor presente líquido e volatilidade fiscal	O valor presente líquido é utilizado como medida de custo, e a volatilidade fiscal como medida de risco. Para eles, o <i>benchmark</i> , por refletir as condições estruturais da economia e o objetivo final da política fiscal, não deve sofrer grandes variações ao longo do tempo. Neste sentido, revisões no <i>benchmark</i> podem ser feitas para refletir mudanças estruturais na economia, mas não em respostas a movimentos de curto prazo.	NTMA (2006); NTMA (2011)
Dinamarca	Duration do portfólio	Para definir a meta de <i>duration</i> , é realizada uma análise de longo prazo da evolução do custo esperado. O modelo considera apenas a dívida interna. O risco de taxa de juros é tratado em abordagem ALM, e o tradeoff entre custos e riscos é avaliado por um modelo de <i>Cost-at-Risk</i> . O modelo combina cenários estocásticos e determinísticos.	DANMARKS NATIONALBANK (2007)
Inglaterra	Custo do Serviço da Dívida (em termos de fluxos de caixa) como proporção do PIB.	Não utiliza <i>benchmark</i> , mas utiliza modelos para ilustrar o impacto de diferentes estratégias de emissão e indicadores para o gerenciamento de risco. A análise de longo prazo das estratégias de financiamento é feita por meio de cenários estocásticos baseados na combinação de um modelo macroeconômico com especificações para as curvas de juros. O custo é medido pelos fluxos de caixa, e o risco pela dispersão dos pagamentos.	UK-DMO (2011) e PICK AND ANTHONY (2006)
Canadá	Medida de custo: a carga anual média do serviço da dívida como percentagem do estoque total	Combina um modelo macroeconômico com curvas de juros para simular custo e risco de estratégias alternativas de financiamento. Para integrar mais de um objetivo à análise, o modelo oferece uma ferramenta para minimizar a carga do serviço da dívida com restrições sobre outros objetivos.	BOLDER (2008)
	Medida de risco: volatilidade do custo ou considerações do impacto no orçamento.		

## 2. Modelo Brasileiro de Composição Ótima

### 2.1. Algumas questões metodológicas

O arcabouço analítico empregado no estudo da composição ótima (*benchmark*) da DPF é baseado em simulações estocásticas derivadas das teorias de finanças e portfólio eficiente. Contudo, antes de proceder à descrição do modelo propriamente dito, algumas ressalvas devem ser feitas quanto à aplicação direta dos instrumentos de análises financeiras tradicionais às políticas governamentais.

Em termos gerais, o governo pode ter objetivos mais complexos do que reduzir custos condicionado à manutenção de riscos em níveis prudentes. Além disso, a evolução de seus fluxos de caixa e os indicadores de impactos orçamentários podem ter implicações sobre a escolha da estrutura ótima da dívida. Há que se considerar ainda que, dada a natureza da dívida pública, as ações do governo têm forte influência sobre os preços dos títulos e, conseqüentemente, sobre o custo e risco de suas estratégias de financiamento. Como resultado, estas peculiaridades podem levar os gestores da política econômica a definirem como *benchmark* uma composição de dívida diferente daquelas sobre a fronteira eficiente, obtida do ponto de vista estritamente financeiro.

Uma questão importante no modelo se refere a qual deve ser o conceito de dívida relevante para avaliação do custo e dos riscos. No caso brasileiro, o Tesouro Nacional tem controle direto apenas sobre a Dívida Pública Federal, que compreende todos os títulos emitidos doméstica e internacionalmente, além da dívida contratual externa do governo federal. Contudo, o indicador mais comumente utilizado, tanto pelo Governo Federal para definir suas metas de endividamento e o superávit primário necessário para atingi-las quanto pelos analistas para avaliar a sustentabilidade fiscal, é a razão entre a Dívida Líquida do Setor Público e o PIB (DLSP/PIB). Este conceito é mais abrangente por compreender todas as obrigações do setor público, descontadas de seus ativos contra os demais agentes econômicos. Por setor público entende-se o Governo Federal (incluindo a previdência social), o Banco Central, os governos de estados e municípios e as empresas públicas.

A redução na volatilidade (risco) da DLSP é importante na medida em que a ocorrência de choques com potencial para comprometer sua sustentabilidade requerem uma resposta da política fiscal. Nesse sentido, oscilações imprevistas na DLSP podem resultar em surpresas tributárias, que afetariam a renda disponível da população, podendo gerar ineficiências do ponto de vista de bem-estar social<sup>4</sup>. Apesar do instrumento de trabalho do Tesouro Nacional ser a DPF, é feita uma comunicação clara entre esta dívida e a DLSP que é mais ampla e referência de política econômica.

Pelos motivos acima expostos, decidiu-se utilizar o indicador DLSP/PIB como aquele que será utilizado para escolha da composição ótima no Brasil. Esta escolha se apóia na idéia de que, em uma análise de restrição orçamentária intertemporal do governo, para fins de avaliação da sustentabilidade da dívida

---

<sup>4</sup> A literatura sobre tributação ótima sugere que se os impostos causam perdas de peso morto, o governo deveria suavizá-los ao longo do tempo (tax smoothing), minimizando, assim, as distorções decorrentes da arrecadação de receitas. Nesse caso, o perfil da dívida e seus riscos são relevantes para fins de política pública, uma vez que flutuações nos custos da dívida levariam a mudanças na carga tributária. Vide BOHN (1990).

pública, todos os ativos e passivos do setor público deveriam ser levados em conta. De fato, muitos analistas econômicos e participantes dos mercados financeiros, incluindo organismos internacionais (e. g. Banco Mundial e FMI) e agências de *rating* (e. g. *Standard and Poor's*), consideram a DLSP/PIB como o indicador relevante para avaliar a sustentabilidade da dívida brasileira.

Outro aspecto importante refere-se ao fato de que o estudo de *benchmark* é conduzido sob a premissa de estado estacionário, com dois significados para o modelo. Primeiramente, pressupõe-se que a economia já esteja em estado estacionário, isto é, que todas as variáveis estejam oscilando em torno de seus valores de equilíbrio de longo prazo. De fato, este pressuposto é apropriado para a discussão de um perfil de dívida desejado para o longo prazo, evitando que a decisão seja contaminada por oscilações conjunturais nos cenários econômicos. Na prática, a referência ao cenário de estado estacionário compreende as seguintes características: estabilidade do ambiente econômico, reduzida vulnerabilidade fiscal, taxas de juros reais de equilíbrio alcançadas, inflação sob controle e crescimento econômico sustentável.

O segundo significado presente na idéia de estado estacionário é que, implicitamente, a cada composição de dívida se associa uma estratégia de emissão que mantém constantes as características do portfólio de longo prazo da DPF. Ou seja, admite-se que a própria estratégia e, portanto, as diretrizes da gestão da dívida devem ser estáveis ao longo do tempo, sem sofrer alterações bruscas em função de choques temporários na economia, evitando-se comportamento míope, orientado por parâmetros de curto prazo.

## 2.2. O modelo de Composição Ótima

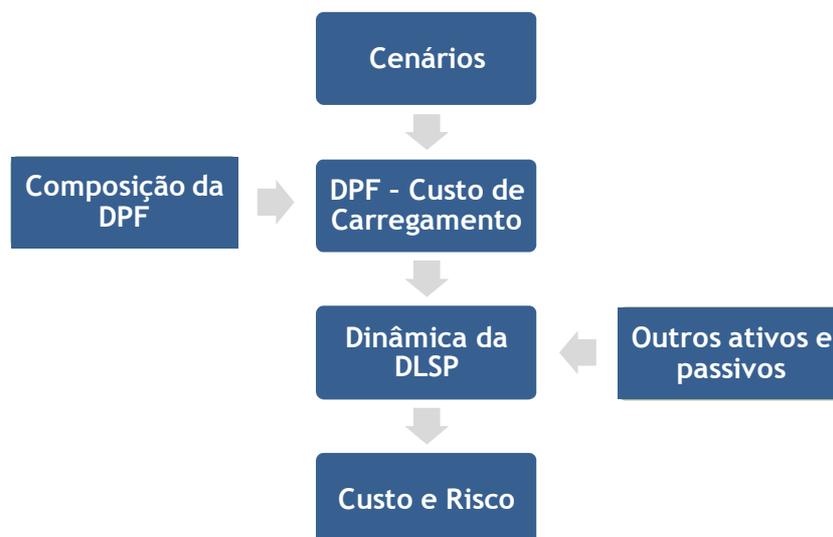
O estudo da composição ótima (*benchmark*) para a dívida brasileira é baseado na aplicação de métodos de simulações estocásticas, com o propósito de se derivar uma fronteira eficiente de composições da dívida, que expresse potenciais *trade-offs* entre custos e riscos na gestão da DPF. Neste sentido, define-se que uma composição é eficiente quando ela tem o menor risco para um determinado nível de custo ou, alternativamente, ela tem o menor custo para um determinado nível de risco. O conjunto de todas as composições que atendem a essa condição define a fronteira eficiente, cabendo ao gestor da dívida escolher qual composição é desejável, uma vez que entre portfólios da fronteira não é possível obter ganhos simultâneos de redução de custo e risco.

A Figura a seguir ilustra a idéia geral do modelo utilizado para a análise do *trade-off* entre custo e risco.

---

Figura 1. Resumo Esquemático do Modelo

---



---

Fonte: Tesouro Nacional

Inicialmente, diversos cenários estocásticos são gerados para as principais variáveis macroeconômicas e financeiras - sendo elas: produto, inflação, taxas de câmbio, taxa de juros de curto prazo e preços dos títulos públicos -, com o objetivo de simular a evolução dos principais fatores que influenciam a trajetória e o custo da dívida pública ao longo do tempo.

A seguir, seleciona-se uma composição de dívida qualquer, que compreende uma cesta de títulos, estes com retornos e prazo médios diferentes entre si. Tomemos, por exemplo, uma carteira composta equitativamente por títulos de um ano com remuneração prefixada e por títulos de cinco anos com taxas de juros flutuantes. Então, ao longo de cada cenário simulado, calcula-se o custo de financiamento da DPF para a composição de dívida escolhida.

O próximo passo das simulações consiste em calcular as evoluções da DPF e da DLSP, que dependem do custo de financiamento da DPF obtido anteriormente, bem como de outros parâmetros que definem o resultado primário do setor público e a evolução de “outros ativos e passivos”<sup>5</sup> que compreendem a DLSP.

Finalmente, indicadores de custo e risco são derivados da análise do comportamento da DLSP diante de choques estocásticos. Como milhares de cenários são simulados e para cada um deles é calculado o valor

---

<sup>5</sup> A DPF inclui apenas as dívidas interna e externa de responsabilidade do Tesouro Nacional em mercado. No cálculo da DLSP, a definição de setor público utilizada para mensuração do endividamento é a de setor público não-financeiro mais Banco Central. Assim, ele abrange as administrações diretas federal, estadual e municipal, as administrações indiretas, o sistema público de previdência social, as empresas estatais não-financeiras federais, estaduais e municipais, além do Banco Central do Brasil. Nesse conceito, as dívidas intragovernamentais são excluídas, de forma a mensurar unicamente a dívida do setor público junto aos agentes privados. Como a DLSP é um conceito de endividamento líquido, os passivos do setor público são deduzidos dos seus ativos junto aos demais agentes econômicos.

da DLSP para um dado ponto no tempo, na prática o conjunto de resultados provê uma distribuição de probabilidades do valor da DLSP, donde se extraem métricas de custo e risco.

Nas simulações, a estrutura inicial da DPF, os cenários estocásticos, os parâmetros de resultado primário e “outros ativos e passivos” são os mesmos para qualquer composição de dívida escolhida. Dessa forma, a única razão para que a trajetória resultante das simulações para a DLSP seja distinta entre diferentes composições da dívida é a própria composição selecionada.

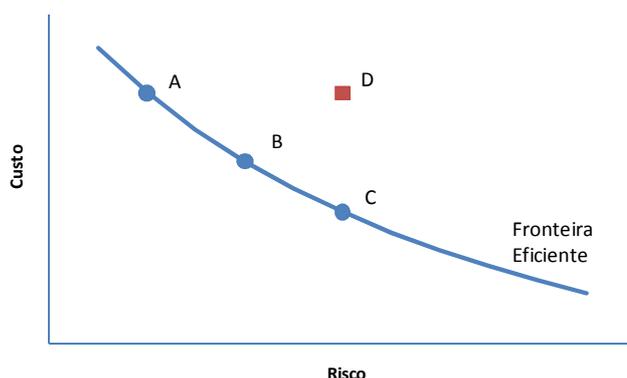
Após efetuar as simulações, as métricas obtidas para cada composição avaliada são plotadas em um gráfico cujos eixos são o custo e o risco da DLSP/ PIB, de tal maneira que a fronteira eficiente é obtida como a curva composta pelos pontos que representam o menor custo para um determinado nível de risco. Os portfólios da fronteira são eficientes porque não é possível alternar entre estes portfólios para obter ganhos de redução de custo e risco simultaneamente. Finalmente, dado o apetite a risco do governo (que deveria refletir o da sociedade), é possível escolher um portfólio específico da fronteira que definirá o *benchmark* da dívida.

A Figura a seguir ilustra esse conceito. Portfólios ao longo da fronteira (A, B e C) são eficientes porque o risco necessariamente aumenta quando se busca reduzir o custo da dívida alternando entre essas composições (de A para B; ou de B para C). Composições acima e à direita da fronteira são ineficientes porque aumentam o risco, dado um nível de custo (D comparado com A), ou aumentam o custo para um dado nível de risco (D comparado com C), ou aumentam ambos, o custo e o risco, em comparação com uma composição eficiente (D comparado com B).

---

**Figura 2. Ilustração da Fronteira Eficiente**

---



---

Fonte: Tesouro Nacional

Operacionalmente, a fronteira eficiente depende do custo médio e do desvio-padrão de cada título, assim como da matriz de correlação do custo desses títulos. Primeiramente, simulações baseadas em composições de dívida com 100% de um título específico fornecem o custo médio e o desvio-padrão. Segundo, simulações baseadas em portfólios com pares de 50%-50% de títulos ajudam a calcular a matriz

de correlação de custos<sup>6,7</sup>. Então, de posse desses dados, um procedimento numérico é empregado para se apurar o portfólio de menor custo para cada nível de risco possível, concluindo com a obtenção da fronteira eficiente analítica.

No caso do *benchmark* para a DPF, as carteiras podem ser compostas por quatro instrumentos básicos, que diferem com respeito a suas características de retorno: taxas de juros prefixadas, taxas de juros flutuantes, títulos indexados à inflação e denominados em moeda externa. Cada uma dessas categorias difere também quanto ao prazo de vencimentos, permitindo, assim, que seja especificada uma cesta com títulos representativos de curto, médio e longo prazos. Mais especificamente, os instrumentos de financiamento considerados são:

- Taxas de juros prefixadas (prefixados): 1, 3, 5 e 10 anos;
- Taxas de juros flutuantes (indexados à taxa de juros Selic): 5 anos;
- Remunerados por índices de preços (indexados à inflação): 10 e 30 anos;
- Denominados em moeda externa (câmbio): 10 e 30 anos.

Embora a relação de títulos acima busque refletir as opções de financiamento disponíveis atualmente para o financiamento da DPF, o arcabouço de simulações tem flexibilidade para a inclusão de outros títulos, moedas e prazos. Além disso, para geração da fronteira eficiente é possível incluir restrições técnicas, tais como percentual mínimo (ou máximo) para a participação de um título ou categoria na carteira da dívida, ou prazo médio mínimo para a carteira ótima.

A seguir, será dado destaque a dois grandes blocos do procedimento usado para as simulações do modelo. Primeiramente, será abordada a geração de cenários para simular a dinâmica da economia e o cálculo do custo de financiamento da dívida. Logo após, será apresentada a dinâmica da dívida no modelo, da qual resultam os indicadores de custo e risco.

### 2.3. Dinâmica da economia

O conjunto de simulações depende da geração de cenários para as variáveis econômicas que determinam o custo de financiamento da dívida e a dinâmica da relação DLSP/PIB. Para tanto, o modelo requer a especificação de um conjunto de equações usadas para descrever como essas variáveis evoluem ao longo do tempo.

Neste sentido, os processos básicos do modelo cobrem as seguintes variáveis:

---

<sup>6</sup> A correlação entre o custo de dois títulos é extraída com base na seguinte relação: a variância do custo ( $\sigma_p^2$ ) de um portfólio com dois títulos é  $\sigma_p^2 = w_1^2\sigma_1^2 + (1 - w_1)^2\sigma_2^2 + 2\rho_{12}\sigma_1\sigma_2$ , onde  $\sigma_1$  é a variância do custo do título 1;  $\sigma_2$  é a variância do custo do título 2;  $\rho_{12}$  é a correlação entre os custos dos títulos 1 e 2;  $0 \leq w_1 \leq 1$  é o peso relativo do título 1 no portfólio.

<sup>7</sup> A matriz de correlação precisa ser positiva semidefinida. Quando isso não ocorre, utiliza-se uma decomposição espectral para se obter uma matriz positiva semidefinida que se aproxime da original. Essa decomposição considera que quando uma matriz não é positiva semidefinida ela tem pelo menos um autovalor negativo. O procedimento para a decomposição mencionada utiliza os autovalores positivos da matriz original e substitui os valores negativos por zero para recompor a matriz. Esse método fornece uma aproximação razoável para a matriz de correlação. Os passos para a decomposição espectral podem ser vistos em JÄCKEL (2002).

- Taxa básica de juros (Selic)
- Estrutura a termo das taxas de juros
  - Curva de juros para títulos prefixados
  - Curva de juros para títulos remunerados pelo IPCA
  - Curva de juros para títulos denominados em moeda externa
- Taxas de inflação (doméstica e externa)
- Taxa de câmbio (real e nominal<sup>8</sup>)
- Produto Interno Bruto (PIB)

Além do componente determinístico, as equações que descrevem a evolução das variáveis acima adicionam um termo estocástico com o objetivo de simular choques aleatórios em suas trajetórias. Assume-se que esses choques estocásticos observam uma estrutura de correlação, o que confere consistência macroeconômica às simulações.

Particularmente com relação à estrutura a termo das taxas de juros, os cenários são necessários para se obter o custo de cada opção de financiamento. Embora o custo de financiamento da DPF dependa primordialmente da taxa básica de juros da economia, cada instrumento de dívida tem particularidades com respeito a indexadores, prazo de vencimento e grau de liquidez.

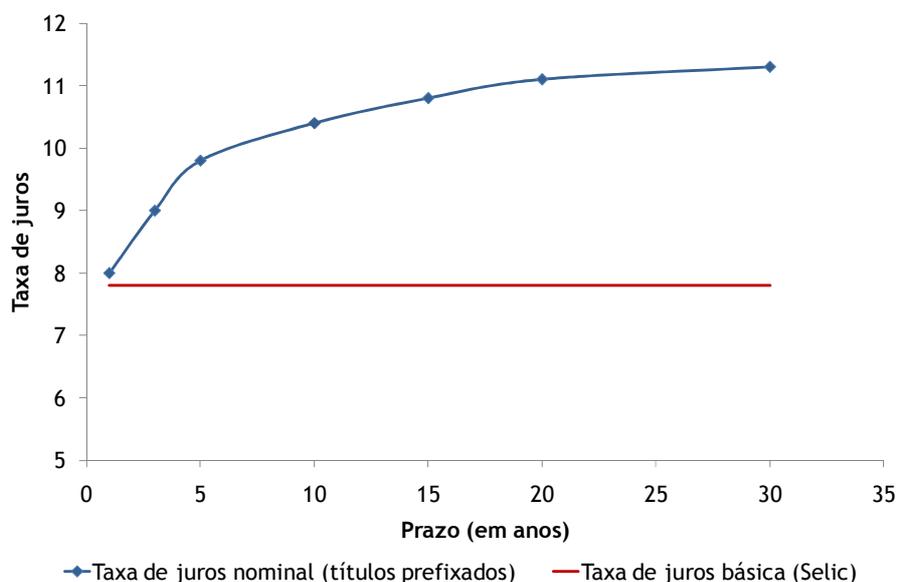
O caso mais básico se aplica aos títulos remunerados por taxas de juros flutuantes (taxa Selic). O modelo assume que eles são vendidos ao par, isto é, seu preço é igual ao valor de face. Seu custo, então, é definido pela taxa de juros Selic composta diariamente ao longo do período, independentemente de seu prazo.

Dadas as demais alternativas disponíveis para financiar a DPF, o modelo conta com curvas de juros específicas para cada tipo de instrumento. Embora o custo tenha por base a taxa de juros de curto prazo, cada instrumento de dívida tem particularidades com respeito a, por exemplo, prazo de vencimento e grau de liquidez. Neste sentido, um modelo de curva de juros é especificado para capturar a taxa de juros nominal que definirá o custo dos títulos prefixados, de acordo com o prazo do instrumento a ser emitido, como ilustrado na Figura 3.

---

<sup>8</sup> O câmbio nominal é obtido agregando-se ao câmbio real o diferencial entre as taxas de inflação interna e externa.

Figura 3. Curva Prefixada



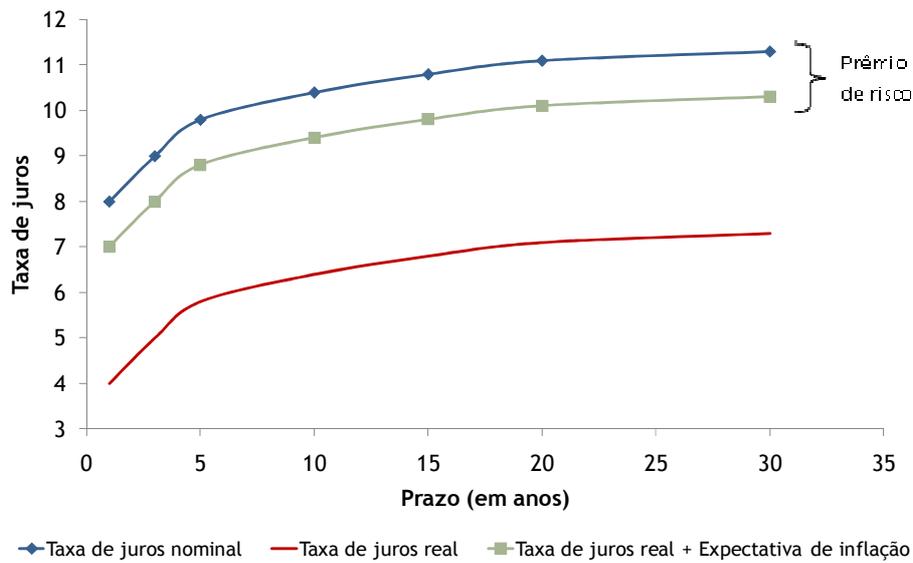
Fonte: Tesouro Nacional

Além dos títulos prefixados, no caso brasileiro há que se especificarem também curvas de juros para títulos indexados à inflação e remunerados pela variação cambial (no caso da dívida externa). O modelo é especificado de tal forma que o custo dessas alternativas seja relacionado com a taxa de juros para títulos prefixados de prazo equivalente, ajustadas por um prêmio de risco, como será explicado a seguir.

A estrutura de prêmios de risco do modelo reflete quanto o retorno de um título com remuneração pela taxa de inflação ou variação cambial deveria ser menor, relativamente aos títulos com remuneração nominal prefixada de prazo equivalente. A idéia presente aqui é que a existência de um fator de proteção do retorno real do título deve ser recompensada ao emissor por meio de um menor prêmio de risco.

A Figura 4 ilustra como as curvas de juros estão relacionadas no modelo. O custo esperado dos títulos remunerados pela inflação é composto pela soma da taxa de juros real, dada pela curva de juros específica para o preço desses títulos, mais a expectativa de inflação. Esse custo esperado será menor do que o custo médio dos títulos prefixados na presença de um prêmio de risco inflacionário positivo, pois o detentor do título indexado tem seu retorno real protegido de variações inesperadas na taxa de inflação.

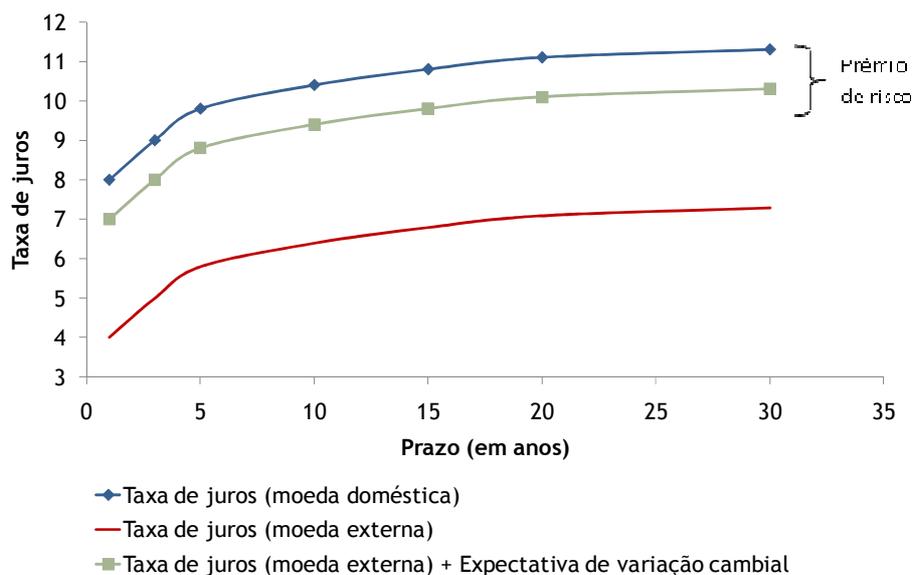
Figura 4. Prêmio de Risco Inflação



Fonte: Tesouro Nacional

Similarmente, a curva de juros em moeda externa também guarda relação direta com a curva para títulos prefixados, como ilustrado na Figura 5. Com respeito aos títulos em moeda externa, a razão para o prêmio de risco advém do fato de que o investidor externo deseja um *hedge* contra flutuações da taxa de câmbio.

Figura 5. Prêmio de Risco Cambial



Fonte: Tesouro Nacional

Após a simulação dos cenários para as variáveis financeiras e macroeconômicas, passa-se ao cálculo do custo de financiamento da DPF, que depende do custo de emissão de cada título público mais a variação de seu indexador, quando apropriado. O anexo 6.4 explicita como é feito esse cálculo.

## 2.4. Dinâmica da dívida

Definidos os cenários, a seguinte identidade contábil é usada como ponto de partida para derivar a dinâmica da DLSP e sua relação com a DPF.

$$(1) \quad D_t = X_t + M_t - F_t + L_t^{flutuante} + L_t^{IP} + L_t^{FX}$$

Nesta identidade, os ativos e as obrigações que compreendem a DLSP (D) são agrupados em quatro categorias: DPF (X), base monetária (M), reservas internacionais (F) e outras obrigações líquidas do Setor Público<sup>9</sup> [remuneradas por taxas de juros flutuantes ( $L_t^{Flutuante}$ ), indexadas à inflação ( $L_t^{IP}$ ), e com remuneração atrelada à variação cambial ( $L_t^{FX}$ )].

O estoque de DPF no período t é igual ao seu estoque no período prévio mais seu custo de carregamento ( $c_t$ ), menos o resultado fiscal primário, menos a variação da base monetária. Assim, a DPF evolui de acordo com a seguinte equação:

$$(2) \quad X_t = X_{t-1}(1 + c_t) - S_t - \Delta M_t$$

Quanto às demais componentes da DLSP, supõe-se que a base monetária é mantida constante como proporção do PIB ao longo do tempo, reservas internacionais (equação 3)<sup>10</sup>, bem como as outras obrigações líquidas do Setor Público (equações 4-6), partem de um montante inicial e evoluem de acordo com sua remuneração.

$$(3) \quad F_t = F_{t-1}(1 + r_t^{Reservas})(1 + \Delta c\grave{a}mbio)$$

$$(4) \quad L_t^{flutuante} = L_{t-1}^{flutuante}(1 + Selic_t)$$

$$(5) \quad L_t^{IP} = L_{t-1}^{IP}(1 + c_t^{IP})$$

$$(6) \quad L_t^{FX} = L_{t-1}^{FX}(1 + c_t^{FX})$$

<sup>9</sup> A DPF compreende apenas obrigações do governo federal. Para se chegar ao conceito de DLSP, há que se considerar que esta dívida abrange as obrigações do setor público não financeiro mais o Banco Central. Portanto, esse conceito inclui as administrações diretas federal, estadual e municipal, as administrações indiretas, o sistema de previdência social público, empresas estatais não financeiras, bem como o Banco Central do Brasil. Adicionalmente, como um conceito líquido, a DLSP deduz ativos financeiros do setor público (por exemplo, reservas internacionais, recursos de fundos como o Fundo de Amparo ao Trabalhador e créditos a instituições financeiras) das obrigações. Finalmente, as dívidas intragovernamentais (relações cruzadas) são excluídas, de forma a se mensurar unicamente a dívida do setor público junto aos agentes privados.

<sup>10</sup> A taxa de retorno das reservas internacionais ( $r_t^{Reservas}$ ) no modelo pode ser diferente do custo médio da dívida externa.

Onde  $c^{IP}$  e  $c^{FX}$  são, respectivamente, o custo de carregamento dos títulos indexados à inflação e denominados em moeda externa; e  $r_t^{Reservas}$  representa a taxa de retorno das reservas internacionais.

Após substituir (2) - (6) em (1) e dividir a nova equação pelo PIB, algumas manipulações algébricas conduzem à seguinte relação para descrever a trajetória da razão DLSP/ PIB ao longo do tempo:

$$(7) \quad d_t = x_{t-1} \frac{(1+c_t)}{(1+\gamma_t)} - s_t + \frac{m}{(1+\gamma_t)} - f_{t-1} \frac{(1+c_t^{Reservas})}{(1+\gamma_t)} + l_{t-1} \frac{(1+c_t^l)}{(1+\gamma_t)}$$

onde:

$$c_t^{Reservas} = (1 + r_t^{Reservas})(1 + \Delta c\grave{a}mbio) - 1$$

$$l_t = l_t^{flutuante} + l_t^{IP} + l_t^{FX}$$

$$c_t^l = (Selic_t l_t^{flutuante} + c_t^{IP} l_t^{IP} + c_t^{FX} l_t^{FX}) / l_t$$

### 3. Simulando o Modelo de Composição Ótima

Nesta seção, demonstraremos, por meio de um exercício, a aplicação do modelo descrito acima à DPF. Os dados e resultados a seguir são apenas ilustrativos. Na prática, além de fazer simulações a partir de um conjunto básico de parâmetros, a robustez das conclusões é testada quando se efetuam análises de sensibilidade do modelo a variações nos parâmetros de referência.

Além disso, embora a definição de uma composição ótima (*benchmark*) se apóie nos insumos derivados das simulações, ela depende de um amplo debate, que leva em consideração a viabilidade de se adotar determinado perfil de dívida em um dado horizonte de tempo, bem como a compreensão das inter-relações entre a gestão da dívida e outras políticas econômicas, como a fiscal e a monetária.

O primeiro passo na simulação é obter os parâmetros e valores iniciais<sup>11</sup> para os modelos estocásticos e, com isso, gerar os cenários macroeconômicos. Estes parâmetros dependem do modelo estocástico adotado, mas, em geral, podem ser descritos a partir da média e da volatilidade dos cenários para cada variável. As tabelas abaixo apresentam os cenários gerados pelos modelos para as variáveis macroeconômicas<sup>12</sup>:

<sup>11</sup> Como o modelo pressupõe trabalhar no estado estacionário, todas as variáveis macroeconômicas ficam em torno de suas médias de longo prazo. Por esta razão os valores iniciais são os mesmos que os de longo prazo.

<sup>12</sup> Os processos estocásticos empregados atualmente pelo Tesouro Nacional estão detalhados no Anexo 6.1.

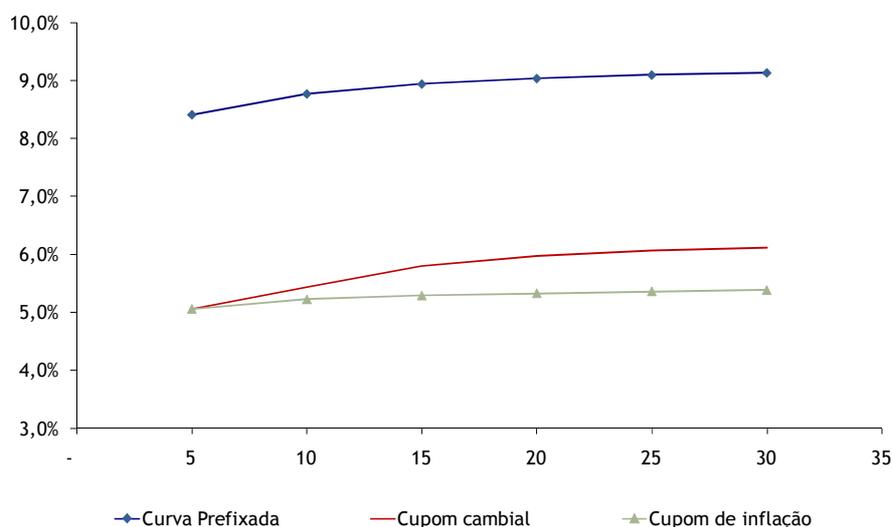
Tabela 2. Cenários Gerados (acumulados em 12 meses)

a. a.	SELIC	IGP	IPCA	Câmbio Nominal	Libor	PIB
Média	7,45%	2,98%	2,99%	2,84%	4,69%	4,50%
Desvio Padrão	1,80%	1,11%	0,70%	14,28%	1,52%	2,33%
Percentil 5°	4,79%	1,16%	1,84%	-18,94%	2,51%	0,72%
Percentil 95°	10,67%	4,83%	4,15%	27,77%	7,48%	8,39%

Fonte: Tesouro Nacional

O cálculo do custo de financiamento da DPF depende ainda da simulação das curvas de juros. A figura abaixo ilustra, em termos médios, o custo dos títulos prefixados, a curva de juros reais (para títulos indexados à inflação) e a curva de juros em dólar (para títulos denominados em moeda externa). Como descrito anteriormente, uma vez definido o preço e, conseqüentemente, o custo dos títulos prefixados, o custo dos títulos indexados à inflação é o dos prefixados menos a expectativa de inflação menos um prêmio de risco de inflação. De forma análoga o custo dos títulos cambiais é o dos prefixados menos a expectativa de desvalorização da moeda menos um prêmio de risco de cambial.

Figura 6. Curva Prefixada, Cupom de Inflação e Cupom Cambial



Fonte: Tesouro Nacional

Para o conjunto de instrumentos selecionados, a Tabela 3 ilustra o custo de carregamento de cada opção de financiamento. Nesse caso, além da taxa de retorno indicada pela curva de juros, o custo é calculado

adicionando-se a variação do indexador do título ao longo do período. Considerando um horizonte de 10 anos, a dispersão do custo se explica também pela dinâmica de refinanciamento da dívida ao longo das simulações.

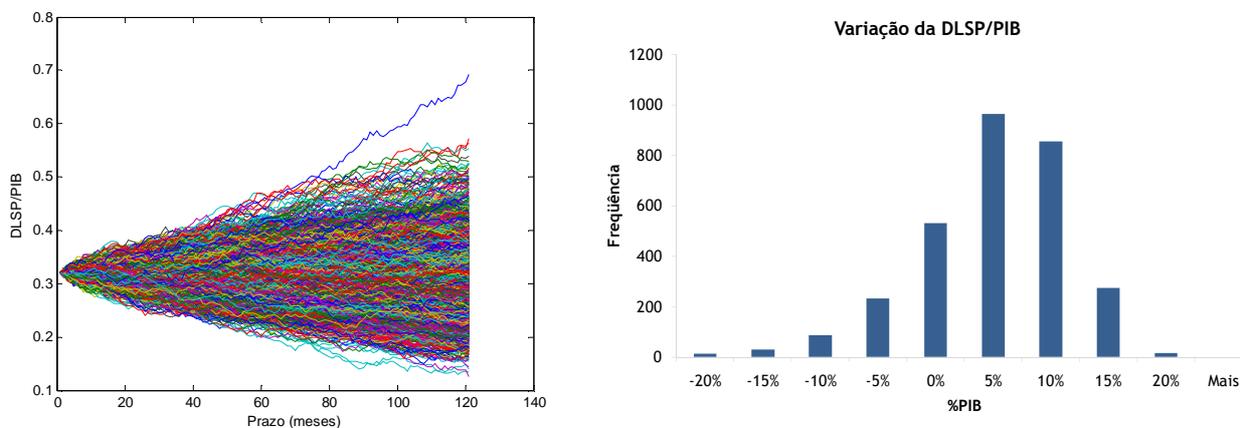
**Tabela 3. Custo de Financiamento em 10 anos (acumulado em 12 meses)**

<i>a.a.</i>	Média	Desvio Padrão	Percentil 5°	Percentil 95°
Pre 1 ano	7,77%	1,40%	5,55%	10,43%
Pre 3 anos	8,14%	0,84%	6,78%	9,75%
Pre 5 anos	8,40%	0,52%	7,55%	9,39%
Pre 10 anos	8,76%	0,16%	8,50%	9,06%
IP 10 anos	8,21%	2,41%	4,07%	12,50%
IP 30 anos	8,37%	2,40%	4,24%	12,66%
Câmbio 10 anos	8,24%	68,80%	-56,29%	151,80%
Câmbio 30 anos	9,24%	68,91%	-55,91%	154,26%
Selic 5 anos	7,51%	1,83%	4,63%	10,99%

Fonte: Tesouro Nacional

Uma vez obtidos os custos de cada instrumento, calcula-se a dinâmica da DPF e, em seguida, a da DLSP para as carteiras 100% de um determinado instrumento e para as carteiras com pares de títulos na proporção 50% - 50%. A figura abaixo mostra as trajetórias de 3.000 simulações da DLSP/PIB para uma carteira 100% em títulos remunerados pela taxa Selic e o histograma com a medida de variação da DLSP/PIB nestas simulações.

**Figura 7. Dinâmica da DLSP/PIB**

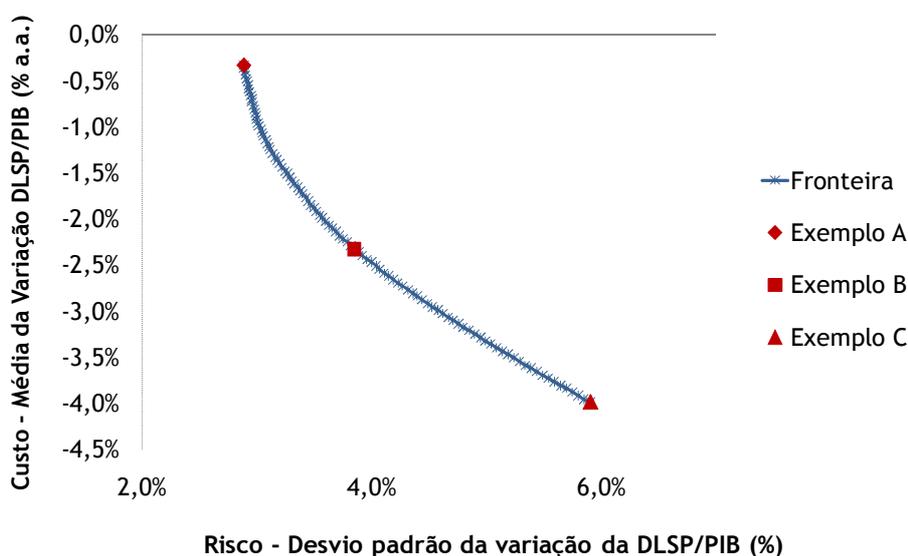


Fonte: Tesouro Nacional

Para cada carteira simulada, à semelhança da apresentada acima, tem-se a distribuição da variação da DLSP/PIB no período de análise, sua média, desvio padrão e a matriz de correlação das carteiras. O custo é definido como a média da variação da DLSP/PIB e o risco o seu desvio padrão. Com estas informações, a fronteira eficiente é gerada.

Os resultados são apresentados, por meio da fronteira eficiente, em um gráfico no espaço custo/risco. A fronteira pode ser gerada com o custo e risco nominais ou tendo uma carteira específica como referência (por exemplo, a composição de menor risco das simulações) e efetuando os cálculos relativos a ela. Esta fronteira não leva em consideração qualquer análise de factibilidade das carteiras devido a particularidades do mercado de títulos públicos ou outras premissas para o gerenciamento da dívida, sendo uma fronteira com viés puramente financeiro.

**Figura 8. Fronteira Eficiente**



Fonte: Tesouro Nacional

Para cada ponto na fronteira eficiente acima, está associada uma composição da DPF. Como exemplo, a Tabela a seguir mostra o perfil de DPF que caracteriza os pontos A, B e C destacados na Figura 8.

Tabela 4. Composição das Carteiras

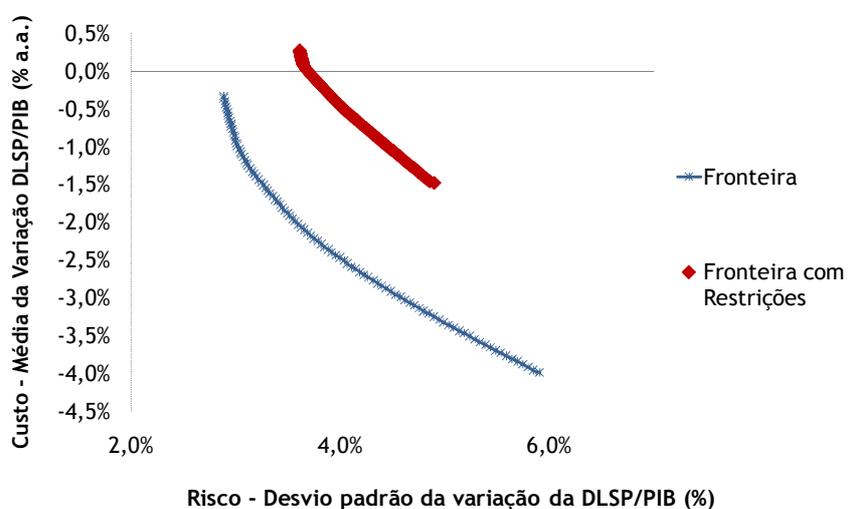
	Composição da Carteira	
	Índice de Preços	Cambial
Exemplo A	100,00%	0,00%
Exemplo B	50,00%	50,00%
Exemplo C	0,00%	100,00%

Fonte: Tesouro Nacional

Outra característica interessante do modelo é a possibilidade de se definir restrições técnicas às composições na fronteira eficiente. Isto permite grande flexibilidade, uma vez que há alguns aspectos de política econômica ou de mercado que não são diretamente capturados inicialmente, mas que podem ser definidos como restrições ao portfólio eficiente. Cabe lembrar que a fronteira eficiente é função não só da composição entre indicadores, mas também, do prazo dos instrumentos, com isso as restrições podem envolver qualquer um destes dois aspectos.

Uma restrição possível é a existência de uma demanda limitada para determinado tipo de instrumento, isto é, um limite de factibilidade para algumas composições da DPF. Também o gestor pode definir um valor mínimo para o prazo médio do estoque ou um valor máximo para o percentual da dívida vincendo em 12 meses, oriundos de diretrizes de gerenciamento desta dívida. A figura abaixo apresenta uma fronteira com restrições, como as citadas acima:

Figura 9. Fronteira Eficiente com Restrições

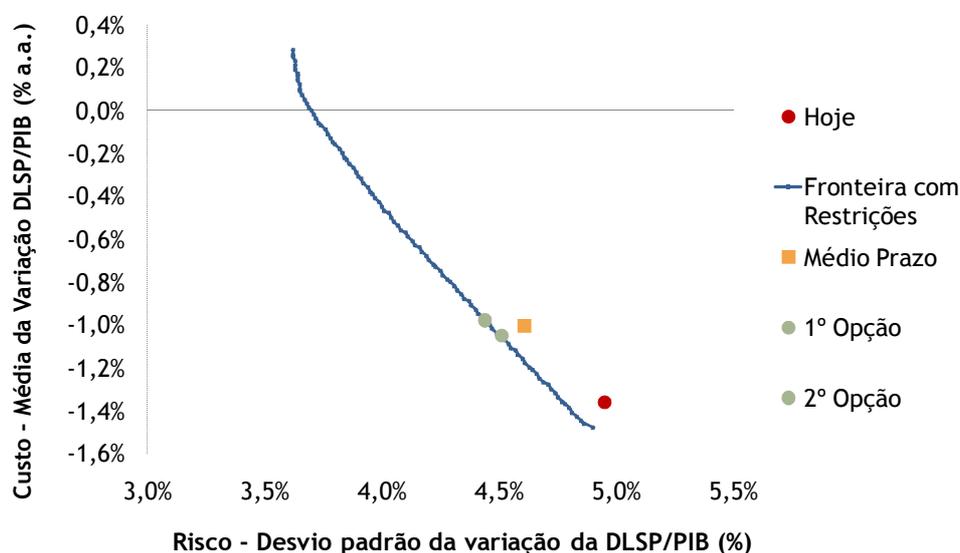


Fonte: Tesouro Nacional

A escolha de uma composição como *benchmark* para a dívida pública implica na escolha do risco ao qual o governo (e a sociedade) está disposto a tomar e qual o custo que ele pretende pagar para proteger-se. Dado um nível de risco, a composição de mínimo custo pode ser obtida da fronteira. O debate baseado nos resultados é amplo e a escolha de uma composição ótima entra no contexto de planejamento estratégico do gerenciamento da Dívida Pública.

Para ilustrar esse último ponto, a figura abaixo exibe a fronteira eficiente com restrições e, dados os parâmetros utilizados, como uma composição de dívida se posiciona em relação à fronteira. Podemos notar que, neste caso, haveria espaço para aumentar a eficiência na gestão da dívida por meio de alterações na composição da DPF em direção a algum portfólio da fronteira.

**Figura 10. Fronteira Eficiente e Planejamento de Médio Prazo\***



Fonte: Tesouro Nacional

\* Nota: As referências apresentadas neste gráfico são apenas ilustrativas e, portanto, não correspondem necessariamente às opções de escolha do Tesouro Nacional.

A análise do caminho a ser percorrido em direção a uma determinada carteira ótima deve ser realizada no âmbito de estratégias de médio prazo, que procurem traçar um plano de transição, considerando-se a composição atual da dívida e sua estrutura de vencimentos e quão rápida poderia ser a convergência para o perfil de dívida desejado no futuro. Como exemplo, a Figura 10 mostra que o portfólio resultante da estratégia de transição (médio prazo) representaria maior custo e menor risco do que o atual, além de se posicionar relativamente mais próximo da fronteira eficiente.

## 4. Considerações Finais

No caso da Dívida Pública Federal brasileira, a proposta inicial de composição ótima foi publicada no Plano Anual de Financiamento - PAF de 2007<sup>13</sup>. As simulações do modelo sugeriam que uma gestão eficiente da DPF seria aquela que levaria a um aumento da proporção de títulos prefixados e dos remunerados por índices de preços, em detrimento da dívida remunerada por taxas de juros flutuantes ou vinculada à taxa de câmbio. Mais recentemente, o refinamento dos estudos para a definição da composição ótima (*benchmark*), tendo por base os objetivos da gestão da DPF e a avaliação de riscos, restrições e oportunidades nos próximos anos, levou à definição da composição desejada, apresentada no PAF 2011 sob a forma de limites indicativos para o longo prazo, conforme tabela a seguir:

Tabela 5. Composição Ótima da DPF no Longo Prazo

	Inferior	Superior
Prefixados	40%	50%
Índices de Preços	30%	35%
Taxa Flutuante	10%	20%
Câmbio	5%	10%

Fonte: Tesouro Nacional

Como ressaltado no PAF 2011, a prescrição de se buscar a composição descrita acima merece algumas qualificações. Primeiramente, ela deve ser vista como uma diretriz a ser alcançada gradualmente, sem promover pressões que resultem em um custo de transição excessivo. Em segundo lugar, a composição da DPF não deve ser buscada de forma desarticulada com sua estrutura de vencimentos. O alongamento do prazo médio da DPF e, em particular, dos títulos prefixados é condição necessária para que a composição sugerida para a DPF resulte, de fato, em ganhos de eficiência e redução de riscos (resultado este também derivado das simulações).

Terceiro, o custo da mudança da composição deve ser monitorado permanentemente. Oscilações significativas nos preços relativos dos diferentes instrumentos de financiamento contemplados nas estratégias, sobretudo devido a mudanças nos prêmios de risco, podem resultar em ajustes na carteira de referência (*benchmark*) para a DPF.

Por último, embora estes limites forneçam um guia atual para a definição de estratégias, eles devem refletir também eventuais restrições relativas ao estágio de desenvolvimento dos mercados financeiros no Brasil, ao perfil da base de investidores e à perspectiva de demanda e liquidez futura para títulos públicos. A velocidade de convergência da atual composição da DPF para aquela indicada na Tabela 5 dependerá da superação de algumas dessas restrições.

<sup>13</sup> Os planos anuais de financiamento podem ser encontrados em [http://www.tesouro.fazenda.gov.br/divida\\_publica/paf.asp](http://www.tesouro.fazenda.gov.br/divida_publica/paf.asp).



## 5. Referências Bibliográficas

- ALVES, L. F. **Composição Ótima da Dívida Pública Brasileira: uma estratégia de longo prazo**. Finanças públicas: XIV Prêmio Tesouro Nacional - 2009 - Política Fiscal e Dívida Pública. Brasília: 2009. 47 p., Disponível em: <[http://www.tesouro.gov.br/Premio\\_TN/XIVPremio/conteudo\\_mono\\_pr14\\_tema1.html](http://www.tesouro.gov.br/Premio_TN/XIVPremio/conteudo_mono_pr14_tema1.html)>.
- BARRO, R. **Are government bonds net wealth?** Journal of Political Economy, v. 82, p. 1095-1117, 1974.
- BARRO, R. **On the determination of the public debt**. Journal of Political Economy, v. 87, n. 5, p. 940-971, 1979.
- BARRO, R. **The ricardian approach to budget deficits**. Journal of Economic Perspectives, v. 3(2), p.37-54, 1989.
- BOHN, H. **Tax smoothing with financial instruments**. American Economic Review, 80 (5), p. 1217-1230, 1990.
- BOLDER, D. J. **The Canadian debt-strategy model**. Bank of Canada Review, 2008
- CABRAL, R. S. V; LOPES, M. L. M; BAGHDASSARIAN, W.; ALVES, L. F., de SOUZA JR., P. I. F; dos SANTOS; A. T. L. **A Benchmark for Public Debt: The Brazilian Case**. 2008. Working Paper. Disponível em: <[http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract\\_id=1352539](http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=1352539)>.
- CABRAL, R; LOPES, M. **Benchmark for public debt: two alternative approaches**. Annual Meeting of the Brazilian Society of Finance, 2005.
- DANMARKS NATIONALBANK. **Danish government borrowing and debt 2007**. Disponível em: <<http://www.nationalbanken.dk/>>. 2007.
- GOLDFAJN, I.; PAULA, Á. De; **Uma Nota Sobre a Composição Ótima da Dívida Pública - Reflexões Para o Caso Brasileiro**, Texto Para Discussão nº 411, PUC-Rio. Dezembro, 1999.
- INSTITUTO DE GESTÃO DA TESOUREARIA E DO CRÉDITO PÚBLICO DE PORTUGAL (IGCP). **Relatório Anual de Gestão da Dívida Pública - 1999**
- IRISH NATIONAL TREASURY MANAGEMENT AGENCY (NTMA). **Benchmark and Strategy**. 2011. Disponível em <<http://www.ntma.ie/NationalDebt/benchmarkStrategy.php>>
- IRISH NATIONAL TREASURY MANAGEMENT AGENCY (NTMA). **Report and accounts for the year ended 31 December 2006**. Ireland, 2006. Disponível em <<http://www.ntma.ie/Publications/annualReportsEnglish.php>>.
- JÄCKEL, P. **Monte Carlo Methods in Finance**. John Wiley and Sons, 2002.
- PICK, A.; ANTHONY, M. **A simulation model for the analysis of the UK's sovereign debt strategy**. UK DMO Research Paper, 2006.
- RIKSGÄLDEN-SWEDISH NATIONAL DEBT OFFICE. **Central Government Debt Management. Proposed Guidelines - 2009-2011**. 2008. Disponível em: <<http://www.riksdagen.se/>>.
- RIKSGÄLDEN-SWEDISH NATIONAL DEBT OFFICE. **Financial and risk policy**. 2009. Disponível em: <<http://www.riksdagen.se/>>.
- SILVA, A.; CABRAL, R.; BAGHDASSARIAN, W. **Scope and fundamental challenges to public debt risk management - the Brazilian DMO experience**. In: Global Finance Conference, George Washington University, 2006.
- UNITED KINGDOM DEBT MANAGEMENT OFFICE (UK-DMO) (2011). **Quantitative analysis of debt service cost and risk: an extract from the Debt and Reserves Management Report 2011-12**. Disponível em <[http://www.dmo.gov.uk/documentview.aspx?docname=research/DRMR%202011-12\\_AnnexB\\_website\\_final.pdf&page=Research/DMO\\_research](http://www.dmo.gov.uk/documentview.aspx?docname=research/DRMR%202011-12_AnnexB_website_final.pdf&page=Research/DMO_research)>

WORLD BANK AND INTERNATIONAL MONETARY FUND (WB, IMF). **Guidelines for public debt management.** 2001. Disponível em: <[http://info.worldbank.org/etools/docs/library/156527/africabondmarkets/pdf/guidelines\\_2001\\_final.pdf](http://info.worldbank.org/etools/docs/library/156527/africabondmarkets/pdf/guidelines_2001_final.pdf)>.

## 6. Anexo

### 6.1. Dinâmica da Economia

A taxa de juros (taxa SELIC e LIBOR) segue um modelo CIR. Ou seja, o processo da taxa de juros (neutro ao risco) é descrito por:

$$dJ_t = \alpha(J^* - J_t)dt + \sigma_1 \sqrt{J_t} dz_t^1$$

onde:

$J_t$ : taxa de juros (SELIC ou LIBOR) no instante  $t$

$\alpha$ : velocidade de reversão à média da taxa de juros

$J^*$ : média de longo prazo da taxa de juros

$\sigma_1$ : volatilidade da taxa de juros

$dz_t^1$ : processo de Wiener

O modelo CIR, exibe a propriedade de reversão à média, onde os parâmetros “ $\alpha$ ” e “ $J^*$ ” são, respectivamente, a velocidade de reversão à média e a média de longo prazo. Dado  $\alpha > 0$ , sempre que a taxa corrente estiver abaixo da média de longo prazo,  $J_t < J^*$ , o termo de tendência é positivo,  $\alpha (J^* - J_t) > 0$ , fazendo com que a taxa corrente aumente. Da mesma forma, se a taxa corrente está acima da média de longo prazo,  $J_t > J^*$ , o termo de tendência torna-se negativo,  $\alpha (J^* - J_t) < 0$ , provocando uma diminuição na taxa corrente. Tal reversão à média parece uma hipótese bastante razoável e uma propriedade desejável em modelos de taxas de juros.

O modelo CIR, ao introduzir o termo  $J_t^{1/2}$  na componente de volatilidade, elimina a possibilidade do aparecimento de taxas de juros de curto prazo negativas.

O preço dos títulos (e, conseqüentemente, a estrutura a termo da taxa de juros) pode ser derivado do modelo CIR. Mais especificamente, o preço dos títulos prefixados é dado por:

$$P(t, T) = A(t, T) e^{-B(t, T)J}$$

onde:

$$B(t, T) = \frac{2(e^{\gamma(T-t)} - 1)}{(\gamma + \alpha)(e^{\gamma(T-t)} - 1) + 2\gamma}$$

$$A(t, T) = \left[ \frac{2\gamma e^{(\alpha+\gamma)(T-t)/2}}{(\gamma+\alpha)(e^{\gamma(T-t)} - 1) + 2\gamma} \right]^{2\alpha^* / \sigma_1^2}$$

$$\gamma = \sqrt{\alpha^2 + 2\sigma_1^2}$$

Deve-se observar, entretanto, que o modelo CIR não representa precisamente os preços de mercado e, por isso, não reflete com precisão a economia brasileira. Entretanto este não é nosso objetivo. Com o propósito de gerar cenários de estado estacionário, com taxa de juros em seu nível de equilíbrio, o modelo CIR tem um forte apelo intuitivo, pois possui uma fórmula explícita para o preço dos títulos e é baseada em um modelo de equilíbrio. Outros modelos mais precisos de precificação, como o HJM, não apresentam estas vantagens e são modelos de previsão tão arbitrários quanto o CIR.

Para a taxa real de câmbio, foi adotado um modelo CKLS<sup>14</sup>, com o expoente da taxa no termo de volatilidade igual a um, onde seu processo seria descrito por:

$$dC_t = \beta(C^* - C_t)dt + \sigma_2 C_t dz_t^2$$

em que:

$C_t$ : taxa de câmbio real no instante t

$\beta$ : velocidade de reversão à média da taxa de câmbio real

$C^*$ : média de longo prazo da taxa de câmbio real

$\sigma_2$ : volatilidade da taxa de câmbio real

$dz_t^2$ : processo de Wiener

O modelo CKLS é uma generalização do modelo CIR que pode ser escrito como  $dr_t = a(b - r_t)dt + \sigma r_t^\gamma dz_t$ .

Estamos, portanto, usando um modelo deste tipo para a taxa de câmbio real, com  $\gamma = 1$ .

A equação do câmbio real pode ser rescrita como:

$$\frac{dC_t}{C_t} = \beta \left( \frac{C^*}{C_t} - 1 \right) dt + \sigma_2 dz_t^2$$

Notemos que  $C^*/C_t$  nada mais é do que o desvio (na realidade o inverso do desvio) da taxa de câmbio real com relação ao seu valor de equilíbrio. Neste caso, quando a taxa de câmbio encontra-se

<sup>14</sup> O modelo CKLS é uma generalização do modelo CIR.

desvalorizada, isto é,  $C^*/C_t < 1$ , temos  $E[dC_t/C_t] < 0$ , ou seja, espera-se uma valorização real do câmbio. Resumindo, o processo adotado para o câmbio real exibe reversão à média e faz com que a componente de volatilidade da taxa de variação do câmbio não dependa do nível da taxa de câmbio.

Já para o índice de preços, foi definido um processo browniano geométrico:

$$dI_t = \mu I_t dt + \sigma_3 I_t dz_t^3$$

em que:

$I_t$  : índice de preços no instante t

$\mu$  : taxa média de crescimento do índice de preços

$\sigma_3$  : volatilidade do índice de preços

$dz_t^3$  : processo de Wiener

O processo de Wiener utilizado nos três modelos é um processo de Markov. Se “z” segue um processo de Wiener e é observada uma pequena mudança em “z”,  $\Delta z$ , em um pequeno intervalo de tempo  $\Delta t$ , então o processo de difusão de “z” tem as seguintes propriedades: (i)  $\Delta z = \varepsilon \sqrt{\Delta t}$ , em que  $\varepsilon \approx N(0,1)$  e (ii) para dois intervalos  $\Delta t$  distintos, os  $\Delta z$  correspondentes são independentes (Markov).

Uma variável “x” segue um processo de Wiener generalizado, se seu processo de difusão pode ser escrito como:

$$dx = a dt + b dz$$

em que “z” segue um processo de Wiener, como o descrito acima. Esse processo de Wiener generalizado já traz a idéia de uma componente de tendência ( $a dt$ ) e outra de volatilidade ( $b dz$ ).

O processo de Itô é uma extensão do processo de Wiener generalizado em que os coeficientes das componentes de tendência e volatilidade são variáveis, podendo depender do valor da própria variável cujo processo está sendo descrito e do tempo. Assim, um processo de Itô, pode ser escrito como:

$$dx = a(x,t)dt + b(x,t)dz$$

Portanto, o processo que estamos adotando para o índice de preços é um processo de Itô em particular:

$$dI_t = \mu I_t dt + \sigma_3 I_t dz_t^3$$

Por também ser muito utilizado, esse processo recebe um nome especial, de movimento browniano geométrico<sup>15</sup>. Ele também pode ser escrito como:

$$\frac{dI_t}{I_t} = \mu dt + \sigma_3 dz$$

Portanto, a taxa de variação da inflação tem uma componente de tendência constante. Além disso, essa taxa, para qualquer intervalo de tempo pequeno, é normalmente distribuída e dado dois intervalos pequenos de tempo distintos, as taxas de variação são distintas. Podemos escrever que:

$$\frac{dI_t}{I_t} \approx N(\mu, \sigma_3)$$

Foi usado ainda um processo determinístico, referente ao índice de preços externo, dado por:

$$dI_t^e = \mu^e I_t^e dt$$

em que:

$I_t^e$  : índice de preços externo no instante t

$\mu^e$  : taxa de crescimento do índice de preços externo

Sabe-se que a taxa de câmbio nominal  $N_t$  pode ser calculada como:

$$N_t = \frac{I}{I_t^e} C_t$$

Aplicando-se o lema de Itô nesta última equação, o processo da taxa de câmbio nominal é definido como:

$$dN_t = N_t \left[ \frac{dI_t}{I_t} + \frac{dC_t}{C_t} - \frac{dI_t^e}{I_t^e} + 2\rho_{23}\sigma_2\sigma_3 dt \right]$$

onde:

$\rho_{23}$  : coeficiente de correlação entre a taxa de câmbio real e a taxa de inflação interna

Finalmente, a partir dos processos de difusão do câmbio real e dos índices de preços interno e externo, se obtém o processo para a taxa de câmbio nominal:

<sup>15</sup> Esse é um processo utilizado em física atômica, para descrever o movimento dos átomos.

$$\frac{dN_t}{N_t} = \left[ \beta \left( \frac{I_t C^*}{I_t^e N_t} - 1 \right) + \mu - \mu_e + 2\rho_{23}\sigma_2\sigma_3 \right] dt + \sigma_2 dz_t^2 + \sigma_3 dz_t^3$$

O cenário de PIB real também é estocástico e modelado por um movimento browniano geométrico.

$$\frac{dPIB_t}{PIB_t} = \mu_{PIB} dt + \sigma_4 dz_t$$

Portanto, a taxa de variação do PIB tem uma componente de tendência constante ( $\mu_{PIB}$ ). Além disso, essa taxa, para qualquer intervalo de tempo pequeno, é normalmente distribuída de maneira que:

$$\frac{dPIB_t}{PIB_t} \approx N(\mu_{PIB}, \sigma_4)$$

Finalizando, o PIB nominal é a combinação do real com o cenário de inflação.

## 6.2. Consistência Macroeconômica

Cada um dos três processos primitivos modelados (juros, câmbio real e inflação) tem um termo aleatório, caracterizado pelo processo de Wiener. Entretanto, sabe-se que há correlação entre as variáveis macroeconômicas. Por exemplo, é difícil imaginar uma situação na qual os juros caíam ao mesmo tempo em que a inflação sobe. Dessa forma, a fim de se ter uma consistência macroeconômica para o modelo, é utilizada o método de fatoração de Cholesky para criar números aleatórios correlacionados.

Considere uma matriz de covariância estimada para as variáveis macroeconômicas  $S$ . Como a matriz de covariância é sempre simétrica e positiva semi-definida, ela pode ser decomposta  $S = CC^T$ , onde  $C$  é uma matriz triangular inferior. Considere  $\omega_t$  um vetor com  $n$  variáveis aleatórias com distribuição normal e  $dz_t$  o vetor de números aleatórios correlacionados. Define-se  $dz_t = C \omega_t$ . Então:

$$\text{cov}(dz_t) = E(dz_t dz_t^T) = E(C \omega_t \omega_t^T C^T) = C C^T = S$$

Desta maneira, é gerada a matriz de covariância para o processo de Wiener, de modo a assegurar consistência macroeconômica na correlação entre as variáveis.

Os cenários de juros, taxa de câmbio real e inflação são correlacionadas, mesmo se as variáveis se afastarem transitoriamente do equilíbrio, exatamente como ocorre historicamente. Além disso, uma estrutura apropriada de correlação pode trazer consistência macroeconômica para o modelo, sem a necessidade de gerar relações teóricas arbitrárias entre as variáveis. Com isso, temos um modelo no qual as variáveis sempre retornam para seus valores de equilíbrio, sendo que pequenos desvios do equilíbrio são permitidos.

### 6.3. Preço dos Títulos

O custo de carregamento da Dívida depende do custo de emissão de cada instrumento. Conforme demonstrado anteriormente, o preço da LTN (título prefixado) é definido pelo modelo CIR, de acordo com a equação:

$$P(t,T) = A(t,T)e^{-B(t,T)J}$$

Como a LTN é um títulos prefixado, o seu custo de carregamento é obviamente a taxa na qual ele foi emitido.

No caso das LFTs (título à taxa Selic), o modelo assume que elas são vendidas ao par, isto é, seu preço é igual ao valor de face. Seu custo, então, é definido pela taxa de juros Selic composta diariamente ao longo do período.

Os preços dos títulos indexados à inflação e ao câmbio são função da taxa prefixada de mesmo prazo ajustado por um prêmio de risco. Este prêmio representa o quanto a taxa destes papéis deve ficar abaixo da taxa prefixada de mesmo prazo. Em outras palavras, cada prêmio indica a redução aplicada à taxa prefixada em reais de modo a obter a taxa de emissão externa ou a taxa real de emissão de títulos domésticos indexados à inflação.

Estes prêmios são modelados pela equação de Nelson-Siegel, que associa um prêmio (P) e um prazo (T) dados os parâmetros  $\beta_0$ ,  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  e  $\kappa$ , de acordo com a fórmula abaixo:

$$P = \beta_0 + (\beta_1 + \beta_2 \cdot T) \cdot e^{-\kappa T}$$

No caso dos títulos indexados à inflação, a justificativa da existência de um prêmio que títulos prefixados pagam a mais sobre uma NTN-B vem do fato de que os investidores que adquirem estes títulos estão protegidos contra variações na inflação. Com relação aos títulos da dívida externa, os investidores estão protegidos contra a volatilidade do câmbio.

O efeito do prêmio modelado pela equação de Nelson-Siegel pode ser melhor compreendido graficamente. Conforme gráfico abaixo, a curva de juros real é definida como a taxa de emissão prefixada, menos o prêmio de risco, menos a expectativa de inflação para o período. Do mesmo modo, a taxa de emissão externa é a taxa prefixada interna, menos o prêmio de risco, menos a expectativa de desvalorização cambial.

### 6.4. Custo de Carregamento

O custo de carregamento de cada grupo de títulos depende de sua característica de retorno: taxa prefixada no caso das LTN; taxa SELIC no caso das LFT; taxa real mais inflação, no caso das NTN-B; e cupom cambial mais variação cambial, no caso dos títulos da dívida externa.

Como foi assumido que as LFTs são vendidas ao par, o seu custo de carregamento é simplesmente a taxa SELIC sobre o período:

$$R_t^{LFT} = J_t$$

O custo de carregamento das LTNs em cada período é a média ponderada dos custos de emissão de todas as LTN que ainda estão no estoque, conforme equação abaixo:

$$R_t^{LTN} = \sum_{s=0}^n \omega_{t-s} r_{t-s}$$

Onde, cada  $\omega_{t-s}$  é um percentual em  $t$  da dívida prefixada emitida em  $t-s$ ; e  $r_{t-s}$  é o custo de emissão da LTN em  $t-s$ .

Para os títulos indexados ao câmbio o custo de carregamento é composto pela combinação entre a evolução da taxa de câmbio nominal e o cupom de juros, ponderada pelos títulos no estoque. Este custo médio  $R_t^C$  é calculado de forma similar:

$$R_t^C = \sum_{s=0}^n \omega_{t-s}^c r_{t-s}^c$$

Onde cada  $\omega_{t-s}^c$  é um percentual do estoque de títulos cambiais no momento  $t$  e que foram emitidos em  $t-s$ ; e  $r_{t-s}^c$  é o cupom de juros emitidos no momento  $t-s$ .

Se acrescentarmos a variação do câmbio ( $dN/N$ ), o custo total da dívida cambial é dado por:

$$R_t^{FX} = \left(1 + \frac{dN_t}{N_t}\right) (1 + R_t^C) - 1$$

O custo dos títulos indexados à inflação (NTN-B) é calculado de maneira similar ao custo dos títulos indexados ao câmbio. A taxa de juros real para cada período,  $R_t^I$ , também é calculada como a média de todas as taxas reais do estoque:

$$R_t^I = \sum_{s=0}^n \omega_{t-s}^i r_{t-s}^i$$

Onde  $\omega_{t-s}^i$  é um percentual em  $t$  do estoque de títulos indexados à inflação em  $t-s$ ; e  $r_{t-s}^i$  é a taxa de juros real de um título emitido em  $t-s$ . Considerando-se a correção pela inflação ( $dI/I$ ) adicionalmente à taxa real, o custo de carregamento das NTN-Bs é dado por:

$$R_t^{NTN-B} = \left(1 + \frac{dI_t}{I_t}\right) (1 + R_t^I) - 1$$

O custo total, para qualquer composição da DPF, é dado pela média ponderada do custo de carregamento de cada instrumento. Este custo é necessário para o cálculo do custo da DPF e, conseqüentemente, para a dinâmica da DLSP:

$$R_t^D = \lambda_{LFT} R^{LFT} + \lambda_{LTN} R^{LTN} + \lambda_{FX} R^{FX} + \lambda_{NTN-B} R^{NTN-B}$$

Onde  $R_t^D$  é o custo de carregamento da carteira; e  $\lambda_{LFT}, \lambda_{LTN}, \lambda_{NTN-B}, \lambda_{FX}$  representa a participação de cada tipo de título na composição da carteira escolhida.